

## Предисловие

Современное педагогическое образование должно реализовывать некоторый социальный заказ общества, который может быть представлен в виде модели выпускника, содержащий перечень компетенций. Желательно, чтобы студент их знал и осваивал не только на занятиях, но и самостоятельно.

Содержание общего образования модернизируется и зависит от типа учебного заведения: общеобразовательная школа, гимназия, лицей, школа с углубленным изучением математики, профессиональный лицей, колледж и т.д. Оно, даже в одной отдельно взятой профильной школе, может реализовываться на различных уровнях (А, В, а иногда и С). Неслучайно одно из требований общества к выпускникам магистратуры овладение *«способностью применять современные методики и технологии организации и реализации образовательного процесса на различных образовательных ступенях в различных образовательных учреждениях (ПК-1)»*.

Сегодня школа переходит на новый уровень организации и осмысления своей деятельности – концептуальный. Мы считаем, что изучение различных концепций, представленных в хрестоматии, и разработка собственных закладывает основы для *«готовности выпускников к разработке и реализации методических моделей, методик, технологий и приемов обучения, к анализу результатов процесса их использования в образовательных заведениях различных типов (ПК-8)»*.

Разработка новых программ, технологий и приемов обучения в старшей школе, а также *«готовность к осуществлению педагогического проектирования образовательной среды, образовательных программ и индивидуальных образовательных маршрутов (ПК-14)»*, невозможно без понимания концепции профильного обучения, идеи компетентностного подхода к обучению, уровневой и профильной дифференциации, осознания роли и значения межпредметных связей и т.д. Особое внимание следует уделять разработке элективных курсов по математике, ибо в условиях такой деятельности у магистров имеется возможность приобрести опыт *«проектирования не только нового учебного содержания, технологий, но конкретных методик обучения (ПК-16)»*.

К сожалению, многие материалы приводятся в сокращении. Библиографическая информация поможет желающим познакомиться с материалами в полном объеме. Надеемся, что творческая самостоятельная работа, организованная с помощью хрестоматии, окажет положительное влияние на формирование способности *«разрабатывать стратегии просветительской деятельности (ПК-18)»*.

# Глава 1. Концепция как форма развития современного образования

## 1.1 Концепция. Общее понимание

И.И. Чурилов

Попытаемся осмыслить, что такое концепция, в чем особенности её построения и как с ней работать.

Вопрос о концепции – важнейший вопрос методологии познания. *Метод* (с греч. *methodos*) – это путь познания, а *методология* – это система знаний, в которой исследуется путь познания: основания познания, его цели и средства, как существующего явления и функции человеческого сознания и мышления...

*Концепция* (лат. – *понимание, система*) – определенный способ понимания, трактовки каких-либо явлений, основная точка зрения, системный замысел, руководящая идея.

Употребление этого слова стало частым в общественной практике. Все говорят о «концепциях» по всякому поводу. Подобно тому, как модным стало слово культура. Только и слышно: «культура мышления», «культура языка», «культура общения», «культура политическая, экономическая, правовая». Это, в известной степени, знак того, что культуры нет или ее везде катастрофически не хватает. Если слово «концепция» стало модным, то, следовательно, это тоже некий знак, который говорит о том, что мы все переходим на новый уровень организации и осмысления своей деятельности. Ведь согласитесь, даже еще не разбираясь в деталях, можно говорить, что *концепция – это некий обдуманый, осмысленный способ деятельности на основе общей идеи*. Ведь если я должен построить концепцию, значит, мне необходимо определить *замысел, ключевую идею, предусмотреть для нее способы и починить ей деятельности*. Не просто взять их у кого-то, а осмыслить, соотнести с собой как личностью, надо вжиться в эту концепцию. Если бы мы сегодня имели системные концепции в своей деятельности во всех сферах, то, наверное, избавились от такого метода действия, который сегодня в наибольшей степени распространен – метода проб и ошибок.

Итак, первичный анализ концепции указывает на ее сложность.

Но разве, скажете вы, когда преподается наука и в ней излагается ее теория, это не означает одновременно некую концептуальную ее упорядоченность, наличие концепции изложения? Да, конечно, всякая наука и ее теория имеет концептуальное содержание – концепт (от лат. *conceptus*) – содержание понятия. Вместе с тем, в каждой теории есть ключевая идея и определенный способ понимания предмета, то есть ее концепция. Задача учителя заключается в том, чтобы осмыслить вместе с учеником и концепции всех теорий, и их концептуальное содержание. Кроме того, учитель должен выстроить *педагогическую концепцию своей дисциплины как средство воспитания*.

...Итак, переход к концепции или хотя бы осознания потребности в том, чтобы построить концепцию предмета или образовательной политики, это запрос времени, потребность времени, это сигнал того, что мы уже не удовлетво-

рены старым способом действия, знания, в котором у нас доминирует только внешнее сознание с заученными способами функционирования, обучения. Переход к концепции требует деятельности внутреннего рефлексивного уровня сознания...

## 1.2 Концепция и теория

И.И. Чурилов

Обратимся к развитию и интерпретации понятия «концепция».

До конца XVIII и даже до 20-х годов XIX века понятие *концепция* вообще не употреблялась. Вместо него использовалось понятие *теория, теоретическая идея*. Эти два понятия считались синонимами. Потом появились различия.

В настоящее время понятие «концепция» имеет несколько вариантов смысловых значений, возникших на основе теоретического и практического освоения мира.

• **Концепция** – это логическая последовательность, связанность понятий теории или уровень понятийной проработанности содержания теории. Если иерархия основных понятий или концептов теории выстроена достаточно точно, то можно говорить о её концептуальной зрелости.

Здесь понятия «концепция» и «теория» практически тождественны, потому что теория – это тоже логически последовательная связь понятий.

Начиная со второй половины XIX века, понятием «концепция» стали обозначать различные этапы формирования теории или теоретического мышления, вкладывая в него разное содержание.

• **Концепция** – это основной замысел исследования (на базе осознания проблемы), ведущий к построению гипотезы и теории. Данная сторона развития теории и сейчас сохраняется в понятии концепции. Иными словами, чтобы построить какую-то концепцию, необходимо, прежде всего, понять её ведущий замысел на основе проблемы. А проблема – это знание об определённом незнании. Если мы говорим: «Я задумал то-то» – замысла еще нет. Замысел осознаётся тогда, когда я осознаю проблему. А проблема связана с потребностью, т.е. с нуждой в её решении. Проблема – выражение моей потребности; она столкновение противоречия знания и незнания. Вопрос – это еще не проблема. Вопрос бывает и риторическим, в котором уже заранее заключен ответ. Осознанный проблемно замысел называют в этом смысле концепцией, хотя здесь только начало ее становления.

• **Концепция** – это определённый подход, основание выбора направления(ий) исследовательской или иной деятельности, реализации замысла. Здесь уже начинается методология осуществления концепции, потому что подход, способ действия – это уже и осознание метода действия. Данное понимание концепции сохраняется и сейчас, когда мы говорим о выборе основных направлений деятельности, основных направлений реализации своего замысла. Эти направления мы должны четко фиксировать при разработке концепции предмета, концепции развития школы, системы образования и т.д.

Существует также понятие **«ядро концепции»**, оно сохранялось в познавательном процессе до сих пор и означает *ключевую, основную или руководящую идею концепции*. Это фундамент всего, основополагающая идея, позволяющая раскрыть весь замысел, реализовать, раскрутить его целиком, осознанно, до конца.

Первоначально эта ключевая, руководящая идея строится в гипотетической форме и *формулируется как гипотеза исследования*. Далее её требуется *обосновать*, и в соответствии с ней *выбрать конструктивные способы деятельности*.

Следует обратить внимание на то, что главное в концепции - не набор идей и не набор понятий. В каждой науке множество понятий: в физике, например, - "масса", "скорость", "энергия", "ускорение"; в биологии - "наследственность", "изменчивость", "отбор" и т.д. Концепция - не набор перечисленных идей. Главное в ней - **ключевая идея, которая связывает все понятия данной науки в одну систему**. Все понятия этой науки или данной теории отражены в *ключевом понятии* и в зародыше там содержатся. *Ключевая идея имеет тем самым конкретно-всеобщий характер*.

В качестве иллюстрации обратимся к определению окружности, которое всем хорошо известно. *Окружность* - это некая замкнутая кривая на плоскости, все точки которой удалены от одной, называемой центром. В этом определении содержатся и *общие признаки любой окружности*, и одновременно заданы *любые конкретные формы окружности*, потому что в нём (определении) заданы две переменные: равноудаленность, т.е. все различные радиусы, и меняются координаты центра, но координаты центра могут находиться в любой точке пространства. Следовательно, в одном определении заданы все возможные окружности, с любым радиусом и с любыми координатами центра. Таким образом, в общем определении содержится в свернутом, сжатом виде все конкретное многообразие окружностей. Это определение имеет характер не просто общего, а конкретно-всеобщего, т.е. в общих признаках не исключает все конкретное, а «сжато» сохраняет в себе все многообразие конкретного, особенного.

**Итак, ключевая идея в концепции - это всегда идея, имеющая конкретно-всеобщий характер, на которую «нанизываются» все остальные идеи и через которую связываются все другие понятия.** Это имеет отношение не только к науке. В образовательном процессе будет всё то же самое.

• Следующая сторона становления теории и одновременно это необходимый момент **концепции** – *продуманный, последовательный набор решаемых задач в соответствии с целями реализации замысла, а также выбор средств и способов доказательства идеи, гипотезы*. Ничто не мешает применить это и к практической деятельности, потому что может быть теоретическая концепция, а может быть концепция практической деятельности или перехода от теории к практике.

Концепция строится на основе **дерева целей**. Это значит, что есть некая основная цель, которая вытекает из ключевой идеи, а на пути к ней строятся промежуточные цели и задачи, которые необходимо решить, чтобы реализовать

эту основную идею. Соответственно, для каждой цели подбираются свои средства и методы ее реализации

Теперь можно сделать полезное обобщение для решения проблемы нашего разговора.

***Построить концепцию своего учебного курса – это значит точно определить и его ключевую идею, и конкретно-всеобщую цель ее реализации, и промежуточные цели на пути ее достижения. Только на этой основе определяется набор способов осуществления поставленных целей, которые не должны противоречить самой концепции.***

- Следующий уровень развития и употребления понятия «концепция» - ***концепция осмысления или интерпретации идеи (проблемы)***, т.е. здесь имеется в виду не только определение понятий, интерпретации отдельных положений, идей внутри теории (или в практической деятельности), но и определение реальных условий, рамок осуществимости, применимости идей и концепции в целом, способов понимания, утверждения концепции...

- ...На этапе развитого теоретического исследования мира (проникновения в физический микромир, в биологический микромир) с начала XX века и вплоть до 50-х годов обнаружилась потребность применения понятия концепции в новом смысловом значении. Стали четче различать понятия "концепция" и "теория". **Концепция** - это не теория сама по себе, хотя она имеет всегда теоретическое основание, а только ***способ интерпретации и понимания основных идей теории...***

- Во второй половине XX века, на этапе соединения науки и техники, т.е. с развитием научно-технического прогресса (раньше наука и техника развивались относительно независимо друг от друга), на этапе превращения науки в непосредственную производительную силу возникла потребность обозначить понятием «концепция» – ***любую планомерно организованную деятельность (теоретическую или практическую), направленную на управление преобразованием какой-либо сложной системы.***

В настоящее время во многих сферах деятельности **концепцией** стали называть ***целостное, упорядоченное, осмысленное знание о любом сложном предмете или системе, о тенденциях и направлениях его (её) развития, основных способах, этапах его (её) теоретического и практического освоения.*** Следовательно, по смыслу теперь понятие «концепции» шире понятия «теории». В объём этого понятия (концепции) включается и ***целостное знание об этапах, этапных средствах управляемого преобразования предмета или системы для достижения ряда поставленных целей.*** Поэтому понятие «концепции» легко сопрягается с понятием «реформы» какой-либо системы, стратегией и тактикой ее реализации.

Итак, **концепция** в целом – **системная форма теоретического и практического освоения сложного предмета в процессе программно-целевого управления его преобразованием...**

### 1.3 Понятие «концепции» в образовании

И.И. Чурилов

...Концепция шире любой теории. Более того, сейчас строятся концепции применительно к любым областям сложной деятельности: концепция организационной деятельности, управленческой деятельности, образовательной деятельности или системы, концепция какой-либо реформы, которая проводится в стране и т.д. Как правило, такие сложные системные концепции строятся на базе множества теорий, а не одной теории, то есть они обобщают в себе сложную систему знания и опыт практического управления этими большими системами...

...Как устроена концепция? Любая концепция имеет определенную структуру. В ней всегда есть основная, решаемая проблема, **ведущий замысел, ключевая системная идея и цели, которые определяют направления деятельности, связь основных понятий и связь практических средств с этими понятиями и целями.** Само собой разумеется, в концепции всегда выделяются определенные объекты и субъекты деятельности.

На основе развертывания ключевой системной идеи подбираются *средства, методы, определяются ресурсы деятельности.*

Дальше – *цели или дерево целей, на основе которых строятся программы и проекты деятельности...*

...Таким образом, **концепция** включает в себя *понимание смысла деятельности, идеалов, понимание цели, которые преследует субъект, понимание всех средств, которые он использует.* Здесь выделены только самые основные компоненты, кроме этого могут быть учтены ещё *рефлексия и соотношения результатов деятельности с целями, целей с потребностями* – все то, что присуще любой деятельности...

Концепция образования включает в себя несколько уровней и форм проявления.

Первый – это *всеобщий уровень – концепция новой системы образования в мире, мировой системы образования...*

...Итак, первый – *всеобщий уровень – концепция системы образования в целом.* Мы должны её осмыслить, понять, потому что понимать что-либо – это соотносить любой акт своей деятельности с контекстом общей системы, в которой мы работаем, действуем.

Второй уровень – *конкретизация этой концепции системы образования на федеральном, региональном и школьном уровнях...*

...Очевидно следует выделить особенности региональных моделей реформы образования...

Следующий уровень – **концепция развития школы.** Она строится в соответствии с избранным направлением и этапами всеобщей (мировой) и общей (федеральной) концепций. А на этапе реформирования образования – в соответствии с концепцией реформы. Таким образом, каждая более общая концепция является контекстом для нижележащей.

Внутришкольная концепция обязательно предусматривает *реформирование образовательных областей и предметных дисциплин...*

**(Чурилов И.И. Концепция как форма развития современного образования. Ключевые идеи гуманистического образования. Серия: Новое содержание школьного образования: культурно-философские основания. В помощь учителям и администраторам. – Пермь: ЗУУНЦ, 2000. 65 с.)**

## **Глава 2. Концепции в образовании**

### **2.1 Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования**

Москва 2002

Концепция одобрена на заседаниях Федерального координационного совета по общему образованию 24.04.2002 и 28.06.2002. Доработана по отзывам, поступившим из субъектов Российской Федерации (май-июнь 2002), и результатам 2-го Всероссийского совещания по профильному обучению (28.06.2002).

#### **Цели профильного обучения**

В соответствии с распоряжением Правительства Российской Федерации от 29 декабря 2001 г. № 1756-р об одобрении Концепции модернизации российского образования на период до 2010 г. на старшей ступени общеобразовательной школы предусматривается профильное обучение, ставится задача создания *“системы специализированной подготовки (профильного обучения) в старших классах общеобразовательной школы, ориентированной на индивидуализацию обучения и социализацию обучающихся, в том числе с учетом реальных потребностей рынка труда, ... отработки гибкой системы профилей и кооперации старшей ступени школы с учреждениями начального, среднего и высшего профессионального образования”*.

Прежде всего, следует разграничить понятия “профильное обучение” и “профильная школа”.

Профильное обучение — средство дифференциации и индивидуализации обучения, позволяющее за счет изменений в структуре, содержании и организации образовательного процесса более полно учитывать интересы, склонности и способности учащихся, создавать условия для обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования. Профильная школа есть институциональная форма реализации этой цели. Это основная форма, однако, перспективными в отдельных случаях могут стать иные формы организации профильного обучения, в том числе, выводящие реализацию соответствующих образовательных стандартов и программ за стены отдельного общеобразовательного учреждения.

Профильное обучение направлено на реализацию личностно-ориентированного учебного процесса. При этом существенно расширяются возможности выстраивания учеником индивидуальной образовательной траектории.

Переход к профильному обучению преследует следующие основные цели:

- обеспечить углубленное изучение отдельных предметов программы полного общего образования;
- создать условия для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников с широкими и гибкими возможностями построения школьниками индивидуальных образовательных программ;
- способствовать установлению равного доступа к полноценному образованию разным категориям обучающихся, в соответствии с их способностями, индивидуальными склонностями и потребностями;
- расширить возможности социализации учащихся, обеспечить преемственность между общим и профессиональным образованием, более эффективно подготовить выпускников школы к освоению программ высшего профессионального образования.

### **Общественный запрос на профилизацию школы**

Основная идея обновления старшей ступени общего образования состоит в том, что образование здесь должно стать более индивидуализированным, функциональным и эффективным.

Многолетняя практика убедительно показала, что, как минимум, начиная с позднего подросткового возраста, примерно с 15 лет, в системе образования должны быть созданы условия для реализации обучающимися своих интересов, способностей и дальнейших (послешкольных) жизненных планов. Социологические исследования доказывают, что большинство старшеклассников (более 700%) отдают предпочтение тому, чтобы “знать основы главных предметов, а углубленно изучать только те, которые выбираются, чтобы в них специализироваться”. Иначе говоря, профилизация обучения в старших классах соответствует структуре образовательных и жизненных установок большинства старшеклассников. При этом традиционную позицию “как можно глубже и полнее знать все изучаемые в школе предметы (химию, физику, литературу, историю и т.д.)” поддерживают около четверти старшеклассников.

К 15-16 годам у большинства учащихся складывается ориентация на сферу будущей профессиональной деятельности. Так, по данным социологических опросов, проведенных в 2002 году Центром социологических исследований Минобразования России, “профессиональное самоопределение тех, кто в дальнейшем намерен учиться в ПТУ или техникуме (колледже), начинается уже в 8-м классе и достигает своего пика в 9-м, а профессиональное самоопределение тех, кто намерен продолжить учебу в вузе, в основном складывается в 9-м классе”. При этом примерно 70-75% учащихся в конце 9-го класса уже определились в выборе возможной сферы профессиональной деятельности.

В настоящее время в высшей школе сформировалось устойчивое мнение о необходимости дополнительной специализированной подготовки старшеклассников для прохождения вступительных испытаний и дальнейшего образования в вузах. Традиционная непрофильная подготовка старшеклассников в общеобразовательных учреждениях привела к нарушению преемственности

между школой и вузом, породила многочисленные подготовительные отделения вузов, репетиторство, платные курсы и т.д. Большинство старшеклассников считает, что существующее ныне общее образование не дает возможностей для успешного обучения в вузе и построения дальнейшей профессиональной карьеры. В этом отношении нынешний уровень и характер полного среднего образования считают приемлемым менее 12% опрошенных учащихся старших классов (данные Всероссийского центра изучения общественного мнения).

### **Возможные направления профилизации и структуры профилей**

Важнейшим вопросом организации профильного обучения является определение структуры и направлений профилизации, а также модели организации профильного обучения. При этом следует учитывать, стремление наиболее полно учесть индивидуальные интересы, способности, склонности старшеклассников (это ведет к созданию большого числа различных профилей), с другой — ряд факторов, сдерживающих процессы такой во многом стихийной дифференциации образования: введение единого государственного экзамена, утверждение стандарта общего образования, необходимость стабилизации федерального перечня учебников, обеспечение профильного обучения соответствующими педагогическими кадрами и др.

Очевидно, что любая форма профилизации обучения ведет к сокращению инвариантного компонента. В отличие от привычных моделей школ с углубленным изучением отдельных предметов, когда один-два предмета изучаются по углубленным программам, а остальные — на базовом уровне, реализация профильного обучения возможна только при условии относительного сокращения учебного материала непрофильных предметов, изучаемых с целью завершения базовой общеобразовательной подготовки учащихся.

Модель общеобразовательного учреждения с профильным обучением на старшей ступени предусматривает возможность разнообразных комбинаций учебных предметов, что и будет обеспечивать гибкую систему профильного обучения. Эта система должна включать в себя следующие типы учебных предметов: базовые общеобразовательные, профильные и элективные.

**Базовые общеобразовательные предметы** являются обязательными для всех учащихся во всех профилях обучения. Предлагается следующий набор обязательных общеобразовательных предметов: математика, история, русский и иностранные языки, физическая культура, а также интегрированные курсы обществоведения (для естественно-математического, технологического и иных возможных профилей), естествознания (для гуманитарного, социально-экономического и иных возможных профилей).

**Профильные общеобразовательные предметы** – предметы повышенного уровня, определяющие направленность каждого конкретного профиля обучения. Например, физика, химия, биология – профильные предметы в естественнонаучном профиле; литература, русский и иностранные языки - в гуманитарном профиле; история, право, экономика и др. – в социально-экономическом профиле и т.д. Профильные учебные предметы являются обязательными для учащихся, выбравших данный профиль обучения.

Содержание указанных двух типов учебных предметов составляет федеральный компонент государственного стандарта общего образования.

Достижение выпускниками уровня требований государственного образовательного стандарта по базовым общеобразовательным и профильным предметам определяется по результатам единого государственного экзамена.

**Элективные курсы** — обязательные для посещения курсы по выбору учащихся, входящие в состав профиля обучения на старшей ступени школы. Элективные курсы реализуются за счет школьного компонента учебного плана и выполняют две функции. Одни из них могут “поддерживать” изучение основных профильных предметов на заданном профильным стандартом уровне. Например, элективный курс “Математическая статистика” поддерживает изучение профильного предмета экономики. Другие элективные курсы служат для внутрипрофильной специализации обучения и для построения индивидуальных образовательных траекторий. Например, курсы “Информационный бизнес”, “Основы менеджмента” и др. в социально-гуманитарном профиле; курсы “Химические технологии”, “Экология” и др. в естественнонаучном профиле. Количество элективных курсов, предлагаемых в составе профиля, должно быть избыточно по сравнению с числом курсов, которые обязан выбрать учащийся. По элективным курсам единый государственный экзамен не проводится.

При этом примерное соотношение объемов базовых общеобразовательных, профильных общеобразовательных предметов и элективных курсов определяется пропорцией 50:30:20.

Предлагаемая система не ограничивает общеобразовательное учреждение в организации того или иного профиля обучения (или нескольких профилей одновременно), а школьника в выборе различных наборов базовых общеобразовательных, профильных предметов и элективных курсов, которые в совокупности и составят его индивидуальную образовательную траекторию. Во многих случаях это потребует реализации нетрадиционных форм обучения, создания новых моделей общего образования.

В Приложении в качестве примера реализации одной из моделей профильного обучения предлагаются варианты учебных планов для четырех возможных профилей: естественно-математический, социально-экономический, гуманитарный, технологический. Следует отметить, что возможно такое построение образовательного процесса, когда комбинации общеобразовательных и профильных предметов дадут самые различные формы профилизации: для общеобразовательного учреждения, для отдельных классов, для групп учащихся.

### **Возможные формы организации профильного обучения**

Предлагаемая концепция профильного обучения исходит из многообразия форм его реализации.

Возможна такая организация образовательных учреждений различных уровней, при которой реализуется не только содержание выбранного профиля, но и предоставляется учащимся возможность осваивать интересное и важное для каждого из них содержание из других профильных предметов. Такая воз-

возможность может быть реализована как посредством разнообразных форм организации образовательного процесса (дистанционные курсы, факультативы, экстернат), так и за счет кооперации (объединения образовательных ресурсов) различных образовательных учреждений (общеобразовательные учреждения, учреждения дополнительного, начального и среднего профессионального образования и др.). Это позволит старшекласснику одного общеобразовательного учреждения при необходимости воспользоваться образовательными услугами других учреждений общего, начального и среднего профессионального образования, обеспечивающих наиболее полную реализацию интересов и образовательных потребностей учащихся.

Таким образом, можно выделить несколько вариантов (моделей) организации профильного обучения.

#### 1) Модель внутришкольной профилизации

Общеобразовательное учреждение может быть однопрофильным (реализовывать только один избранный профиль) и многопрофильным (организовывать несколько профилей обучения).

Общеобразовательное учреждение может быть в целом не ориентировано на конкретные профили, но за счет значительного увеличения числа элективных курсов школьники смогут (в том числе, в форме многообразных учебных межклассных групп) в полной мере осуществлять свои индивидуальные профильные образовательные программы, включая в них те или иные профильные и элективные курсы.

#### 2) Модель сетевой организации

В подобной модели профильное обучение учащихся конкретной школы осуществляется за счет целенаправленного и организованного привлечения образовательных ресурсов иных образовательных учреждений. Оно может строиться в двух основных вариантах.

Первый вариант связан с объединением нескольких общеобразовательных учреждений вокруг наиболее сильного общеобразовательного учреждения, обладающего достаточным материальным и кадровым потенциалом, которое выполняет роль “ресурсного центра”. В этом случае каждое общеобразовательное учреждение данной группы обеспечивает преподавание в полном объеме базовых общеобразовательных предметов и ту часть профильного обучения (профильные предметы и элективные курсы), которую оно способно реализовать в рамках своих возможностей. Остальную профильную подготовку берет на себя “ресурсный центр”.

Второй вариант основан на кооперации общеобразовательного учреждения с учреждениями дополнительного, высшего, среднего и начального профессионального образования и привлечении дополнительных образовательных ресурсов. В этом случае учащимся предоставляется право выбора получения профильного обучения не только там, где он учится, но и в кооперированных с общеобразовательным учреждением образовательных структурах (дистанционные курсы, заочные школы, учреждения профессионального образования и др.).

Предложенный подход не исключает возможности существования и дальнейшего развития универсальных (непрофильных) школ и классов, не ориентированных на профильное обучение, и различного рода специализированных общеобразовательных учреждений (хореографические, музыкальные, художественные, спортивные школы, школы-интернаты при крупных вузах и др).

Решение об организации профильного обучения в конкретном образовательном учреждении принимает его учредитель по представлению администрации образовательного учреждения и органов его общественного самоуправления.

### **Взаимосвязь профильного обучения со стандартами общего образования и единым государственным экзаменом**

Важна связь профильного обучения на старшей ступени с общей установкой на введение государственного стандарта общего образования. Если модернизация образования предусматривает введение института единого государственного экзамена, если речь идет о становлении общенациональной системы контроля качества образования, то, очевидно, объективность и реализуемость подобной системы может быть обеспечена только введением соответствующих образовательных стандартов не только для базовых общеобразовательных, но и для профильных общеобразовательных предметов.

В связи с этим профилизация обучения в старшей школе должна быть прямо соотнесена с вводимым единым государственным экзаменом.

### **Предпрофильная подготовка (на второй ступени общего образования)**

#### **Курсы по выбору**

Реализация идеи профильности старшей ступени ставит выпускника основной ступени перед необходимостью совершения ответственного выбора - предварительного самоопределения в отношении профилирующего направления собственной деятельности.

Необходимым условием создания образовательного пространства, способствующего самоопределению учащегося основной ступени, является введение предпрофильной подготовки через организацию курсов по выбору.

В этих целях необходимо:

- увеличить часы вариативного (школьного) компонента Базисного учебного плана в выпускном классе основной ступени общего образования;
- при организации обязательных занятий по выбору ввести деления класса на необходимое число групп;
- образовательным учреждениям использовать часы вариативного компонента, прежде всего на организацию предпрофильной подготовки.

#### **Особенности организации курсов по выбору**

Основная функция курсов по выбору - профориентационная. В этой связи число таких курсов должно быть по возможности значительным. Они должны носить краткосрочный и чередующийся характер, являться своего рода учебными модулями. Курсы по выбору необходимо вводить постепенно. Единовремен-

менное введение целого спектра разнообразных курсов по выбору может поставить ученика (семью) перед трудноразрешимой задачей. Необходима целенаправленная, опережающая работа по освоению учеником самого механизма принятия решения, освоения поля возможностей и ответственности”.

## ПРИЛОЖЕНИЯ

### Примерные учебные планы для некоторых возможных профилей

#### *Естественно-математический профиль*

<i>Учебные курсы</i>	<i>Число недельных учебных часов за два года обучения</i>
<b>I. Базовые общеобразовательные предметы</b>	
Русский язык и литература	6
Иностранный язык	6
История	4
Обществоведение	4
Физическая культура	6
<b>II. Профильные общеобразовательные предметы</b>	
Математика (базовый общеобразовательный и профильный курс)	12
Физика	8
Химия	6
География	4
Биология	6
<b>III. Элективные курсы (3 курса на выбор)</b>	
5-6 курсов, предлагаемых школой	Всего 12
Учебные практики, проекты, исследовательская деятельность	Не менее 70 уч. часов за 2 года обучения

#### *Социально-экономический профиль*

<i>Учебные курсы</i>	<i>Число недельных учебных часов за два года обучения</i>
<b>I. Базовые общеобразовательные предметы</b>	
Русский язык и литература	6
Иностранный язык	6
Естествознание	6
Математика	8
Физическая культура	6
<b>II. Профильные общеобразовательные предметы</b>	
История (базовый общеобразовательный и профильный курсы)	10

Экономика	6
Право	6
Экономическая и социальная география	4
Социология	4
III. Элективные курсы (3 курса на выбор)	
5-6 курсов, предлагаемых школой	Всего 12
Учебные практики, проекты, исследовательская деятельность	Не менее 70 учебных часов за 2 года обучения

### *Гуманитарный профиль*

<i>Учебные курсы</i>	<i>Число недельных учебных часов за два года обучения</i>
I. Базовые общеобразовательные предметы	
Математика	6
Естествознание	6
Физическая культура	6
II. Профильные общеобразовательные предметы	
Русский язык и литература (базовый общеобразовательный и профильный курсы)	12
Иностранный язык (базовый общеобразовательный и профильный курсы)	10
История (базовый общеобразовательный и профильный курсы)	8
Обществоведение (базовый общеобразовательный и профильный курсы)	8
Искусство	6
III. Элективные курсы (3 курса на выбор)	
5-6 курсов, предлагаемых школой	Всего 12
Учебные практики, проекты, исследовательская деятельность	Не менее 70 учебных часов за 2 года обучения

### *Технологический профиль*

(специализация - информационные технологии)\*

<i>Учебные курсы</i>	<i>Число недельных учебных часов за два года обучения</i>
I. Базовые общеобразовательные предметы	
Русский язык и литература	6

История и обществоведение	8
Естествознание	6
Физическая культура	6
II. Профильные общеобразовательные предметы	
Информатика и ИКТ	10
Математика (базовый общеобразовательный и профильный курсы)	10
Физика	6
Иностранный язык (базовый общеобразовательный и профильный курсы)	8
III. Элективные курсы (3 курс на выбор)	
5-6 курсов, предлагаемых школой	24 всего
Учебные практики, проекты, исследовательская деятельность	Не менее 140 учебных часов за 2 года обучения

Примерный учебный план для универсального обучения (непрофильные школы и классы)

<i>Учебные курсы</i>	<i>Число недельных учебных часов за два года обучения</i>
I. Базовые общеобразовательные предметы	
Русский язык и литература	8
Математика	8
Иностранный язык	6
История	4
Обществоведение (включая экономику и право)	8
Естествознание	10
Физическая культура	6
Информатика	4
Технология	4
II. Элективные курсы (4 курса на выбор и/или часы на углубление базовых курсов)	
5-6 курсов, предлагаемых школой	Всего 16
Учебные практики, проекты, исследовательская деятельность	Не менее 70 уч. часов за 2 года обучения

Нормативные документы. **Концепция профильного обучения на старшей ступени общего образования.** Министерство образования Российской Федерации Российская академия образования. // [imo.oblclit.ru/documents.html?id=31](http://imo.oblclit.ru/documents.html?id=31)

## 2.2. Муниципальная модель профильного обучения

### Характеристика муниципальной модели профильного обучения

*Н.Я.Карпушин, Л.А.Гаджиева*

В соответствии с Распоряжением Правительства РФ от 29 декабря 2001 г. №1756-р об одобрении Концепции российского образования на период до 2010 г. на старшей ступени общеобразовательной школы предусматривается профильное обучение, ставится задача создания «системы специализированной подготовки (профильного обучения) в старших классах общеобразовательных школах, ориентированной на индивидуализацию обучающихся, в т.ч. с учетом реальных потребностей рынка труда, отработки гибкой системы профилей и кооперацией старшей ступени школы с учреждениями начального, среднего и высшего профессионального образования». В концепции профильного обучения обозначены общие подходы к решению задачи профилизации старшей ступени школы, в процессе практического решения таких задач обнаруживаются серьезные противоречия. С одной стороны, в федеральных образовательных стандартах определен профильный уровень содержания обучения, реально достижимый далеко не всеми учащимися, с другой, – необходимо обеспечить условия для свободного выбора личностно-значимого содержания образования каждым старшеклассником и его полноценного профессионального самоопределения на основе формирования индивидуальной образовательной траектории. Поэтому конкретные варианты модели профилизации призваны нивелировать факторы, обостряющие это противоречие и адекватно учитывающие специфику муниципальной системы образования.

В г. Перми эта специфика обусловлена тем, что, во-первых, Пермь является крупным промышленным научным культурным центром с населением свыше 1 млн. человек. Это предъявляет определенные требования к социальному эффекту образования. Во-вторых, для системы образования города Перми характерно использование методики расчета норматива подушевого бюджетного финансирования фонда оплаты труда в муниципальных общеобразовательных учреждениях. При использовании такой методики финансирования в образовательном учреждении формируется фонд, при рациональном использовании которого учреждение может иметь профицит денежных средств. Эти средства при условии выполнения базисного учебного плана и сохранения штатных единиц в соответствии с типовым штатным расписанием могут быть перераспределены по другим кодам экономической классификации. Данная методика позволяет оптимизировать расходы образовательного учреждения и создает реальные предпосылки для инновационной деятельности школ, в частности, в связи с внедрением муниципальной модели профильного обучения.

Раскроем кратко суть этой модели [1], обозначив ее наиболее важные особенности. Итак, первая особенность заключается в том, что в центр всей системы профильного обучения ставится личность ученика, его интересы в выборе содержания образования и возможности самостоятельного построения образовательной траектории. Тогда цель профильного обучения определяется как

формирование у старшеклассников внутренней готовности к осознанному и самостоятельному выбору, планированию, коррекции и реализации личных перспектив своего развития одновременно с овладением системой общеобразовательных компетенций.

Обозначенные цели определяют наше понимание сущности профильной школы. Ее можно выразить в следующих положениях:

- главный итог работы профильной школы – владения старшеклассником навыками самостоятельного конструирования вариантов развития своих индивидуальных способностей;
- в основе выбора этих вариантов лежит соотнесение ребенком своих способностей и потребностей;
- количество этих вариантов должно быть необходимым и достаточным для того, чтобы раскрыть все грани его индивидуальности;
- желательно, чтобы выбранные ребенком варианты личностного развития оказались значимыми не только для самого ребенка, но и для общества;
- развитие индивидуальных способностей – процесс непрерывный и продолжается весь период обучения в школе;
- сформированные умения и навыки в выбранной учащимся сфере деятельности, достижения в той сфере, образуют т.н. «портфолио» его достижений, его человеческий капитал.

Портфолио достижений является основой формирования будущих жизненных траекторий личности. Совокупность этих достижений, их взаимодействие и взаимопроникновение оказывают непрерывное влияние на судьбу человека. Однако в определенный период времени в те или иные сформированные ранее умения и навыки в определенной сфере деятельности становятся более значимыми для него, приобретают больший вес и определяют жизнь человека на разных ее этапах.

Исходя из сказанного – **задача профильной школы заключается в создании всех необходимых условий для накопления учеником его достижений в различных сферах деятельности, в формировании его портфолио, отражающего накопление им человеческого капитала.**

Вторая особенность модели связана с содержанием образования. В основе его отбора и структурирования лежат следующие положения.

- Содержание образования рассматривается в единстве трех составляющих: теоретической, прикладной и развивающей. За счет каждой из них создается определенная направленность образования: академическая, профессиональная, общекультурная.
- Формирование содержания образования осуществляется на основе федерального, муниципального и социального заказов. Федеральный заказ обеспечивает выполнение образовательных стандартов, муниципальный заказ – это средства бюджета, выделенные на вариативную часть базисного учебного плана в расчете на 1 ученика (часы по муниципальному заказу могут использоваться учеником на изучении курсов в различных образовательных учреждениях города, включая учреждения профессионального образования); социальный за-

каз – это заказ населения на дополнительные образовательные услуги, которые не вошли в базисный учебный план.

- Выделяются три уровня освоения учащимися учебных дисциплин, предусматривающих различную сложность изучаемого материала: А, В, С (по увеличению сложности). Существенно, что профильные обучения в различных образовательных учреждениях может значительно отличаться по глубине содержания учебных дисциплин и степени прикладной и практической направленности образования.

Примерное соотношение объема и сложности курсов для изучения обучающийся будет регулировать самостоятельно на уровне школы при поддержке педагогов в зависимости от того, где он намерен продолжать свое образование: в высшей школе или, например, в системе начального профессионального образования. Целесообразность этих соотношений предполагается проверить в условиях эксперимента.

Третья особенность муниципальной модели отражает формы организации профильного обучения. Формы профильного обучения, адекватные его содержанию, предлагаются следующие.

- Изучение базовых и профильных дисциплин (обязательных) и курсов по выбору предполагает использование индивидуально-групповой формы обучения (например, образовательных потоков); изучение необязательных курсов (в рамках муниципального и социального заказов) определяет ведущую индивидуальную форму обучения.

- В масштабе городской системы образования предполагается сетевая организация профильного обучения. Она связана:

- во-первых, с организованной миграцией образовательных потоков учащихся по разным учебным заведениям, в том числе учреждениям профессионального образования;

- во-вторых, с созданием новых типов образовательных учреждений для старшей ступени средней школы, обеспечивающих полноценное профессиональное самоопределение;

- в-третьих, с использованием новых педагогических технологий (в частности, дистанционного обучения на основе дидактически эффективных автоматизированных обучающих систем или отдельных обучающих программ).

Четвертая особенность связана с созданием современных способов оценивания качества школьного образования в условиях профилизации. С той целью необходимо единая система муниципального мониторинга. В основе этой системы лежат следующие положения.

- Основу создания указанной системы критериев составляет требования федеральных образовательных стандартов. Однако с учетом цели профильного обучения инвариантную часть содержания мониторинга необходимо дополнить соответствующими показателями.

- Качество профильного образования интегрирует в себе три составляющие: овладение обучаемыми системой общеобразовательных компетенций (ключевых, общепредметных и предметных), развитие профессионального са-

моопределения личности и достижения школьников в различных сферах человеческой деятельности (последняя составляющая обусловлена тем, что управление развитием индивидуальности учащегося, формированием его портфолио невозможно без своевременной и объективной оценки достигнутых результатов). Эти составляющие неразрывно связаны: указанные компетенции и индивидуальные успехи школьников в различных сферах деятельности можно рассматривать как предпосылку самоопределения личности, поскольку они предусматривают взаимодействие с окружающей средой, использование познавательного опыта индивида и его ценностных ориентаций.

- Выделяются два уровня мониторинга, отражающих его инвариантную и вариативную части. В инвариантной части предусматривается оценка эффективности образовательных систем по универсальным обобщенным критериям на муниципальном уровне.

- Вариативная часть предполагает дополнение инвариантной части критериями, позволяющими своевременно осуществлять коррекцию образовательного процесса, а так же специфичными для образовательного учреждения. Дополнение должно осуществляться таким образом, чтобы учитывались профессиональные возможности и потребности обучаемых, а так же их соответствие друг другу и потребностям общества и государства. Кроме того в показателях мониторинга качества образования на уровне школы целесообразно отразить динамику овладения обучаемыми не только предметными, но и общепредметными и ключевыми компетенциями.

- Мониторинг качества профильного образования рассматривается как фактор формирования целостной образовательной среды города.

Основными инструментами мониторинга являются единый муниципальный тест и портфолио достижений учащихся. Применение тестирования для оценки учебных достижений школьника и уровня их общего развития обусловлено возможностью проведения массового контроля, экономичностью временных затрат, объективностью получаемых результатов. Результат тестирования легко формализуются, переводятся в числовые показатели, что необходимо для использования математико-статистической обработки данных.

Однако использование только стандартной процедуры тестирования не позволит в полной мере оценить индивидуальные достижения школьников, полученные ими за рамками обычной классной работы (олимпиады, конкурсы, проекты и т.д.). Поэтому возникает потребность в создании специальных механизмов учета достижений учащихся, позволяющих зафиксировать их успехи в процессе получения образования, причем как внутри школы, так и за ее пределами. Для внедрения системы учета достижений школьников (их портфолио) в реальную практику необходимо будет создать единую по городу критериальную базу и способы оценивания проектной, творческой, исследовательской деятельности обучающихся, их социальной активности, лидерских качеств и коммуникативных умений. Важно отметить, что в рамках муниципальной модели профильного обучения портфолио достижений учащихся выступает в 2-х ипостасях:

- во-первых, как способ учета индивидуальных достижений школьника,
- во-вторых, как инструмент стимулирования их активности в развитии индивидуальных способностей. Его внедрение в реальную практику будет помогать решать задачу учебной мотивации школьников, будет поощрять их активность и самостоятельность, содействовать реальной индивидуализации образования.

Внедрение профильного обучения на муниципальном уровне предполагает совершенствование всех основных составляющих, определяющих содержание управленческой деятельности: организационной структуры управления, функции субъектов управления, педагогического мониторинга как средства управления, ресурсного обеспечения профильного обучения.

- Изменения в организационной структуре управления, организационных механизмах управления в связи с введением профильного обучения требуют разработки специальных правил внутреннего и внешнего взаимодействия структурных подразделений и должностных лиц, как по горизонтали, так и по вертикали.

- В функционале как отдельных штатных единиц, так и структурных подразделений необходимо предусмотреть формы и методы деятельности, направленные на развитие профессионального самоопределения учащихся.

- Использование мониторинга как средства управления качеством профильного обучения.

- Ресурсное обеспечение профильного обучения должно включать:

- научно-методическое обеспечение (рекомендации по составлению индивидуального учебного плана, организации профильных потоков, управлению образовательными потоками на уровне города и т.д.);

- материально-техническое обеспечение (условия использования имущества других образовательных учреждений, создание специальных кабинетов, лабораторий, автоматизированных обучающих систем и т.д.);

- систему стимулирования педагогических работников, учитывающую качество профильного обучения учащихся;

- нормативно-правовую базу (нормативные акты регионального и муниципального уровней, обеспечивающие сетевое взаимодействие образовательных учреждений различной ведомственной принадлежности, методические письма и т.д.);

- финансовое обеспечение (уточнение нормативно-подушевой (или разработка нормативно-программной методики финансирования) в связи с организацией профильного обучения).

#### Список литературы

*Карпушин, Н.Я.* Муниципальная модель профильного обучения / Н.Я. Карпушин, Л.А. Гаджиева, И.П. Лебедева // Народное образование. – 2005. – №6. – С. 208-212.

**(Муниципальная модель профильного обучения: результаты первичной апробации: сб. науч.-метод. работ / ред.кол.: И.П.Лебедева (на-**

уч.ред.), Н.Я.Карпушин (глав.ред.) и др.; Перм.гос..пед.ун-т. – Пермь, 2006. С. 6-11.)

### 2.3 Концепция алгебраического образования

*Концепция построения в общеобразовательной школе курса алгебры 7 – 9 и курса алгебры и начал математического анализа 10 – 11*

А.Г.Мордкович

I. В школьном математическом образовании сегодня можно выделить три проблемы, на решение которых должны быть нацелены современные учебники:

1) школьников плохо приучают к самостоятельному добыванию информации, к чтению литературы;

2) выбирая между обучением и развитием, отдают предпочтение более легкому – обучению;

3) увлекаясь формальной стороной дела, гипертрофированно занимаются развитием только левого полушария мозга учащегося.

Решение первой проблемы возможны лишь при условии доступного и дробного изложения материала в учебнике, что может помочь приучить школьника к чтению учебной литературы и к самостоятельному добыванию информации.

Главная задача учителя сегодня – не набить головы учеников информацией, которая якобы понадобится им в дальнейшей жизни, а научить их добывать нужную информацию самостоятельно, научить их осознанному чтению учебной литературы. Для того чтобы они могли самостоятельно читать учебник, нужно, чтобы учебник был написан в первую очередь для них, *для учеников, а не для учителя*. Не секрет, что большинство школьных учебников по математике начиная с 1968 года писались для учителя, потому-то дети их и не читали (да и не должны были читать, коль скоро не для них они написаны). И только в последние годы ситуация начинает меняться к лучшему: многие новые авторские коллективы стараются ориентироваться в первую очередь на учащихся. Триада УУУ – учитель – учебник – ученик – все последние годы была именно такой – по порядку ходов: учитель сообщал информацию непосредственно ученикам, переводя язык учебника с сухого предметного на язык общечеловеческого общения, а учебник находился где то на заднем плане. Сегодня указанную триаду УУУ следует, на наш взгляд, расшифровать так: учебник – ученик – учитель. Это не значит, конечно, что учителю отводится роль в массовке, напротив, он должен выступать организатором и вдохновителем непосредственного общения ученика с учебником, направлять и координировать этот процесс, ведь в последующей жизни никто человека за руку водить не будет, всю нужную ему информацию он будет добывать самостоятельно.

На наш взгляд, целесообразно вернуться к старой «киселевско-ларичевской» практике издания учебника и задачника отдельными книгами. Если учебник издается отдельной книгой, у авторов появляется возможность писать его, разумно сочетая литературный и предметный язык, т.е. писать так, как будто бы учитель непосредственно обращается к ученику – читателю учебника. *Литературный язык* – это мотивация, пропедевтика, замечания, разгово-

ры вокруг да около (вплоть до разумного жаргона), размышления о поисках решения той или иной задачи, промежуточное подведение итогов. *Предметный язык* – это строгие определения, формулировки, алгоритмы, доказательства. Активное использование в учебнике литературного языка автоматически делает учебник многословным, а потому значительно большим объемом, чем обычно. Но надо иметь в виду психологический подтекст: краткий учебник провоцирует ученика на заучивание, многословный учебник создает необходимые условия для чтения и понимания.

Решение второй проблемы возможно лишь при условии, что при изложении и структурировании материала учебника используются принципы развивающего обучения.

Для решения третьей проблемы нужно помнить, что активное использование наглядности и опоры на интуицию способствует гармоничному развитию обоих полушарий мозга учащегося. Все это должно быть учтено при формировании концептуальных основ школьной математики.

II. Современную концепцию построения в общеобразовательной школе курса алгебры 7 – 9 и курса алгебры и начал математического анализа 10 – 11 можно сформировать в виде трех положений (комментарии даны ниже):

1. *Математика в школе – не наука и даже не основы науки, а учебный предмет.*

2. *Математика в школе – преимущественно гуманитарный учебный предмет.*

3. *Приоритетной содержательно-методической линией курса является функционально-графическая линия.*

Сделаем пояснения к первому положению концепции. В недавние годы считалось, что главное в школьном обучении математике – повысить так называемую научность, что в конечном итоге свелось к перекосу в сторону формализма и схоластики, к бессмысленному заучиванию формул. Когда педагогическая общественность начала это осознавать, стало крепнуть (хотя и не без борьбы) представление о том, что школьная математика не наука, а учебный предмет со всеми вытекающими отсюда последствиями. В учебном предмете не обязательно соблюдать законы математики как науки (например, такие: все начинается с аксиом, нельзя начинать изучение теории без строго определения основного понятия, все утверждения надо доказывать и т.д.), зачастую более важны законы педагогики и особенно психологии, постулаты теории развивающего обучения.

В этой связи авторский коллектив учебника прежде всего должен определить свою позицию в самых трудных вопросах – вопросе об определениях (*как и когда* должен вводить учитель то или иное сложное математическое понятие) и в вопросе о выборе уровня строгости изложения в школьном курсе математики.

Если основная задача учителя – обучение, то он имеет право давать формальное определение любого понятия тогда, когда считает нужным. Если основная задача учителя – развитие, то следует продумать выбор места и времени

(*стратегия*) и этапы постепенного подхода к формальному определению на основе предварительного изучения понятия на более простых уровнях (*тактика*). Таковых уровней в математике можно назвать три: *наглядно-интуитивный*, когда новое понятие вводится с опорой на интуитивные или образные представления учащихся; *рабочий* или *описательный*, когда от учащегося требуется уметь отвечать не на вопрос «что такое», а на вопрос «как ты понимаешь, что такое ...»; *формальный*. Стратегия введения определений сложных математических понятий должна базироваться на положении о том, что выходить на формальный уровень следует при выполнении двух условий:

1) если у учащегося накопился достаточный *опыт* для адекватного восприятия вводимого понятия, причем опыт по двум направлениям – *вербальный* – опыт полноценного понимания всех слов, содержащихся в определении, и *генетический* – накопленный опыт использования понятия на наглядно-интуитивном и рабочем уровнях;

2) если у учащегося появилась *потребность* в формальном определении понятия.

Что касается генетического опыта, то тут следует почаще обращаться к истории математики. Наиболее сложные понятия математики практически всегда проходили в своем становлении три указанные выше стадии (наглядное представление, рабочий уровень восприятия, формальное определение), причем переход с уровня на уровень зачастую был весьма длительным по времени и болезненным. Не учитывать этого нельзя, ибо то, что в муках рождалось в истории математики, будет мучительным и для сегодняшних детей. Надо предоставить им возможность пережить это, не спеша переходить с уровня на уровень. Поэтому, в частности, существенной ошибкой, на наш взгляд, является традиция многих учебников алгебры для основной школы предлагать определение функции неподготовленным для этого учащимся 7-го класса. Мы как-то привычно не задумываемся над тем, что у семиклассников нет даже необходимого вербального опыта для восприятия понятия функции: слово «зависимость», которое обычно используют для определения функции в 7-м классе, дети полноценно не воспринимают, ибо знакомы лишь с двумя видами зависимости: зависимостью ребенка от родителей и зависимостью ученика от учителя. Но на этих двух «житейских» толкованиях термина понятие функции не построишь. А о генетическом опыте даже и говорить не приходится.

Понятие функции должно «созревать» постепенно с 7-го по 9-й класс. Поначалу, пока изучаются простейшие функции (линейная, обратная пропорциональность, квадратичная – это материал 7 – 8 классов), следует отказаться от формального определения функции и ограничиться описанием, не требующим заучивания. Ничего страшного в этом нет, о чем свидетельствует и история математики. Многие математические теории строились, развивались, обогащались все новыми и новыми фактами и приложениями, несмотря на отсутствие определения основного понятия этой теории. Можно строить теорию, даже достаточно строгую, и при отсутствии формального определения исходного понятия – во многих случаях это оправданно с методической точки зрения. И

только в 9-м классе, проанализировав накопленный учащимися *опыт* в использовании понятия функции и в работе со свойствами функции в курсе алгебры 7-го и 8-го классов, следует попытаться убедить учащихся в том, что у них появилась *потребность* в формальном определении понятия функции и ее свойств.

Новый математический термин и новое обозначение должны появляться мотивированно, только тогда, когда в них возникает необходимость (в первую очередь в связи с появлением новой математической модели). Немотивированное (несанкционированное) ведение нового термина провоцирует запоминание (компонент обучения) без понимания (и, следовательно, без развития).

В качестве еще одного примера рассмотрим формирование довольно сложного для учащихся понятия – понятия равносильности уравнений.

В 7-м классе о равносильности уравнений и о равносильных преобразованиях уравнений речь вообще не должна идти, хотя, разумеется, решаются уравнения (линейные и даже некоторые квадратные), поскольку в рассматриваемом блоке уравнений неравносильных преобразований нет, стало быть нет никакой потребности во введении специального термина, да и соответствующий опыт приобретать не на чем. В начале 8-го класса при изучении алгебраических дробей даются первые представления о рациональных уравнениях и, в частности, о том, что при их решении могут появиться посторонние корни, а потому обязательна проверка найденных корней. Но адекватного опыта у учащихся еще недостаточно для введения элементов теории равносильности. Потом появляются рациональные и простейшие иррациональные уравнения. Обнаруживается, что посторонние корни могут появиться не только за счет освобождения от знаменателей, но и за счет возведения обеих частей уравнения в квадрат. Вот теперь ученики приобрели необходимый опыт и ощутили потребность в его осмыслении, значит, именно здесь наступает благоприятный момент для введения таких понятий, как равносильность уравнений, равносильные и неравносильные преобразования уравнений, посторонние корни, проверка.

Что касается концепции выбора уровня строгости изложения материала, то, на наш взгляд, она должна представлять собой совокупность нескольких положений. Перечислим их.

1. Если некоторое программное утверждение в принципе недоказуемо в школе, то оно честно принимается без доказательства (например, утверждение о том, что все элементарные функции непрерывны всюду, где они определены) или заменяется (если это возможно) геометрическими иллюстрациями с правдоподобными рассуждениями (например, теорема о достижении непрерывной функцией на отрезке своих наименьшего и наибольшего значений).

2. Если некоторое утверждение в принципе доказуемо в школе, но это доказательство искусственно, технически сложно и не имеет существенного развивающего значения, то оно не приводится. Пример – теорема сложения для тригонометрических функций (в учебнике базового уровня для общеобразовательной школы давать ее доказательство не следует).

3. Если некоторое утверждение в школе в принципе доказуемо, и это доказательство имеет развивающее значение, то оно дается (например, вывод

уравнений касательной, вывод правил дифференцирования суммы и произведения – здесь четкие алгоритмы, разбиения доказательства на этапы, приобретение опыта планирования своих действий).

...Сформулируем два лозунга, относящиеся ко всей школьной математике, но в первую очередь – к преподаванию в старших классах элементов математического анализа: 1) меньше схоластики, меньше формализма, меньше жестких моделей, меньше опоры на левое полушарие мозга; 2) больше геометрических иллюстраций, больше наглядности, больше правдоподобных рассуждений, больше мягких моделей, больше опоры на правое полушарие мозга. Преподаватель в постоянном режиме жесткого моделирования легко – не надо думать ни о мотивации, ни о пропедевтике, ни о психолого-педагогических законах обучения и развития. В этом режиме работают ремесленники от математического образования. Использовать же в преподавании режим мягкого моделирования трудно – это требует от учителя творческого подхода.

III. Сделаем пояснения ко второму положению концепции (о том, что математика в школе – преимущественно гуманитарный учебный предмет).

Гуманитарный – это значит общекультурный предмет, который позволяет субъекту правильно ориентироваться в окружающей действительности и «ум в порядок приводит». Математика – наука о математических моделях. Модели описываются в математике специфическим языком (термины, обозначения, символы, графики, графы, алгоритмы и т.д.). Если основное назначение обычного языка – служит средством общения, то основное назначение математического языка – способствовать организации деятельности, что очень важно для культурного человека. *Математический язык* и *математическая модель* – ключевые слова в постепенном развертывании школьного курса математики, они составляют его идейный стержень. При наличии идейного стержня математика предстает перед учащимся не как набор разрозненных фактов, которые учитель излагает только потому, что есть в программе, а как цельная развивающаяся и в то же время развивающая дисциплина общекультурного характера.

В наше время владение хотя бы азами математического языка – непреходящий атрибут культурного человека. Поэтому, на наш взгляд, заниматься изучением математического языка и математических моделей надо сегодня в школе как можно раньше, если не в начальной школе, то уж во всяком случае в курсе математики 5 – 6 классов.

...Вполне адекватны школьному курсу математики пять принципов развивающего обучения Л. В. Занкова. То, что теория занимает приоритетное положение (первый принцип), обсуждению не подлежит – это вообще характерная особенность учебной дисциплины под названием «математика». Школьные учебники по математике насыщены и информацией, и идеологией, так что изучение материала должно проходить в быстром темпе (второй принцип). Основное внимание при изложении материала уделяется трудным местам курса; трудности не отменяются, а преодолеваются совместной работой учителя и учащихся с помощью отыскания адекватных методических средств (третий

принцип). Более подробно остановимся на четвертом и пятом принципах теории развивающего обучения Л. В. Занкова (осознанности и развитии всех учащихся).

Наша трактовка четвертого принципа такова: ученик не развивается по – настоящему, если он не осознает своего развития, не осознает, что изученный на уроке материал имеет гуманитарную (а не только информационную) ценность лично для него. Это достигается за счет целесообразно организованного проблемного обучения. Есть три подхода к обучению математике, в той или иной степени ассоциирующихся с проблемным обучением: метод обучения с помощью задач, метод обучения с помощью создания проблемных ситуаций и собственно проблемное обучение. Метод обучения с помощью задач заключается в следующем: учитель предлагает ученикам задачу, решить которую они пока не в состоянии. Он кое-что объясняет, вводит новые элементы теории, затем возвращается к исходной задаче и доводит ее до конца. В принципе это вполне пригодный метод обучения, но у него есть один крупный недостаток – он не является личностно-ориентированным. Задача, которая разбирается на уроке, нужна *не ученику, а учителю*. Учитель навязывает ее ученикам, ведь это делает процесс объяснения нового материала более комфортным (для учителя). Примерно так же обстоит дело и с методом создания проблемной ситуации. В проблемную ситуацию учащегося загоняет учитель, и сам из нее и выводит, причем, как правило, на том же уроке. При использовании указанных двух методов учащиеся, как правило, пассивны.

На наш взгляд, правильный подход к проблемному обучению базируется на двух положениях: 1) с проблемой должен непосредственно столкнуться сам учащийся; решая эту задачу или проводя какие-то рассуждения, он должен лично убедиться в том, что что-то ему не по силам, поскольку он, видимо, чего-то не знает (это, как правило, связано с выходом на новую математическую модель); 2) решение проблемы должно быть отсрочено по времени, проблема должна «отлежаться». Только при этих условиях, добравшись до решения проблемы, учащийся поймет, что он продвинулся в своем развитии и получит определенные положительные эмоции.

Несколько слов о пятом принципе Л. В. Занкова – о развитии всех учащихся, иными словами, о дифференцированном подходе к обучению. В первую очередь на это должен быть нацелен задачник. Что касается учебников, то забота о развитии всех учащихся может проявляться в них, во-первых, в том, что авторы предупреждают в тексте: «следующий пример достаточно сложный» или «доказательство достаточно трудное» (подтекст – читать или разбирать не обязательно для всех); во-вторых, использовать известный, но, к сожалению, забытый метод «отсроченного доказательства». Если некое доказательство достаточно сложно, если разбор его по учебнику потребует от учащегося значительных усилий и не является обязательным для всех, то доказательство отодвигается в конец параграфа, оно предваряется разбором различных примеров использования доказываемого утверждения – этот материал обязателен для всех.

IV. Сделаем, наконец, пояснение к третьему положению концепции. Как известно, школьный курс алгебры есть синтез четырех содержательно-методических линий: числовая линия, функциональная линия, линия уравнений и неравенств, линия преобразований (формулы). Каждый авторский коллектив выбирает одну из этих линий в качестве приоритетной. С нашей точки зрения, приоритетной является *функционально-графическая линия*. Это выражается прежде всего в том, что какой бы класс функций, уравнений, выражений не изучался, построение материала практически всегда следует осуществлять по жесткой схеме (рис.1).



Рис.1

...Выход в курсе алгебры на первый план функционально-графической линии как раз и дает возможность задействовать в обучении оба полушария, не перегружая левое.

С реализацией в школе функционально-графической линии связаны три методические проблемы:

- 1) когда и как дать учащимся формальное определение функции;
- 2) какова должна быть стратегия и тактика изучения свойств функции на весь период обучения в школе;
- 3) какова должна быть система упражнений по функциональному материалу (учитывая огромное разнообразие возможных сюжетов).

Первую проблему мы уже обсудили выше. Предлагаемые нами решения второй проблемы заложено в приведенной ниже таблице, в которой приняты следующие обозначения: Н – наглядно-интуитивный уровень введения понятия, Р – рабочий уровень, Ф – формальное определение (таблица 1).

Таблица 1

### Стратегия и тактика изучения свойств функций в школе

Свойство	Класс			
	7-й	8-й	9-й	10-й
Область определения	Н	Р	Ф	Ф
Наибольшее и наименьшее значения функции на промежутке	Н	Р	Ф	Ф
Монотонность	Н	Р,Ф	Ф	Ф
Непрерывность	Н	Н	Н	Р, Ф
Ограниченность	-	Н,Р	Ф	Ф
Выпуклость	-	Н	Н	Н
Область значений	-	Н,Р	Ф	Ф
Четность	-	-	Ф	Ф

Периодичность	-	-	-	Ф
Дифференцируемость	-	-	-	Н
Экстремумы	-	-	-	Ф

...Возникает методическая проблема выделения в системе упражнений по изучению того или иного класса функции *инвариантного ядра, универсального для любого класса функций*. На наш взгляд, оно должно состоять из шести направлений:

- 1) графическое решение уравнений;
- 2) отыскание наибольшего и наименьшего значения функции на заданном промежутке;
- 3) преобразование графиков;
- 4) функциональная символика;
- 5) кусочные функции;
- 6) чтение графиков.

Образно выражаясь это шесть красок с помощью которых изучается математическая модель – новая (для школьников) функция – становится емкой, цельной, понятной, красивой и привычной. И учителя, и школьники привыкают к тому, что какой бы новый класс функции не изучался в системе упражнений обязательно будут задания, рассредоточенные по указанным шести блокам. Создается эффект предсказуемости деятельности, что делает местную работу учителя и учеников на уроке достаточно комфортными...

### ***Проблемы преподавания тригонометрии в школе***

Не секрет, что нынешние выпускники школ тригонометрию знают очень плохо. Причина – засилье в этом разделе математики формул, на изучение которых чаще всего и делается основной упор в преподавании. На самом деле, это красивый и законченный раздел, но чтобы придать ему цельность и стройность, надо положить в его основание три камня («три кита тригонометрии»). Это числовая окружность, простейшие тригонометрические уравнения и теорема сложения. С теоремой сложения в школе все в порядке: получив ее (с доказательством или без оно, это не суть важно), легко и естественно выводятся все формулы тригонометрии. А вот с двумя другими «китами» тригонометрии дело обстоит хуже. Об этом и пойдет речь ниже.

В школьном курсе математики в разные годы использовались различные варианты введения тригонометрических функций. В современных учебных пособиях предпочтение отдается определению с помощью единичной числовой окружности. При этом большинству учебников присущ один и тот же недостаток – недооценка важности изучения самой модели «числовая окружность» и сложности дидактических компонентов, которые связаны с изучением этой модели. О каких дидактических компонентах идет речь?

1. Соотнесем два понятия: числовая прямая и числовая окружность. Числовая прямая изучается в школе в течение четырех лет: в 5-м классе речь идет о координатном луче, в 6 – 7 классах – о координатной прямой, и, наконец, в 8-м классе, после введения понятия действительного числа, – о числовой пря-

мой. Числовая прямая считается изученной, когда учащиеся свободно решают задачи четырех типов: по заданному числу находят точку на прямой, по точке находят соответствующее число, от геометрической модели числового промежутка умеют переходить к аналитической записи и обратно. Числовая окружность представляет собой более сложную модель, на которой, тем не менее, надо научиться решать задачи тех же четырех типов. Это требует времени и внимания со стороны как авторов учебников, так и учителей.

2. Само понятие длины дуги, которое лежит в основе любых действий с числовой окружностью, не является надежно отработанным в курсе геометрии, значит, и на это следует обратить внимание. Тем более учтя специфику окружности радиуса 1.

3. И авторы учебников, и учителя должны с пониманием относиться к тем трудностям, с которыми столкнутся учащиеся в начале изучения тригонометрии: непривычная модель (числовая окружность) и непривычный, «неаналитический» способ введения новых функций (синус – ордината, косинус – абсцисса точки числовой окружности). При этом от учащихся фактически требуется слишком много: умение работать одновременно в двух системах координат: «криволинейной», когда снимаем информацию о положении точки на числовой окружности, и декартовой, когда снимаем информацию об абсциссе и ординате точки. Опыт показывает: недоработки с моделью «числовая окружность» и слишком поспешное введение тригонометрических функций не позволяют создать надежный фундамент для успешного изучения материала. Более того, на самом деле школьникам приходится изучать не одну, а две новые модели: первая – собственно числовая окружность, а вторая – числовая окружность на координатной плоскости.

Учитывая вышесказанное, следует уделить большое внимание подготовке к введению основных определений: длине дуги единичной окружности, модели «числовая окружность» и модели «числовая окружность на координатной плоскости».

Для успешного овладения указанными моделями можно предложить систему специальных заданий (условно – «дидактических игр»).

*Первая игра* – вычисление длин дуг единичной окружности. Учащиеся должны привыкнуть к тому, что длина всей окружности равна  $2\pi$ , половины окружности –  $\pi$ , четверти –  $\frac{\pi}{2}$  и т.д.

*Вторая игра* – отыскание на числовой окружности точек, соответствующих заданным числам, выраженным в долях числа  $\pi\left(\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{4}, \frac{\pi}{6}, \frac{\pi}{3}\right)$ , например, точек  $M\left(\frac{11\pi}{4}\right)$ ,  $M\left(-\frac{37\pi}{6}\right)$  и т.д.

*Третья игра* – отыскание на числовой окружности точек, соответствующих заданным числам, выраженным не в долях числа  $\pi$ , например, точек  $M(1)$ ,  $M(-5)$  и т.д.

*Четвертая игра* – запись чисел, соответствующих данной «хорошей» точке числовой окружности; например, «хорошей» является середина первой четверти, соответствующие ей числа имеют вид  $\frac{\pi}{4} + 2\pi k$ ,  $k \in Z$ .

*Пятая игра* – составление аналитических записей (двойных неравенств) для дуг числовой окружности. Например, если дана дуга, соединяющая середину первой четверти (начало дуги) и нижнюю точку из тех двух, что делят вторую четверть на три равные части (конец дуги), то соответствующая аналитическая запись имеет вид  $\frac{\pi}{4} + 2\pi k \leq t \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ . Если у той же дуги поменять местами начало и конец, то соответствующая аналитическая запись дуги будет иметь вид  $-\frac{7\pi}{6} + 2\pi k \leq t \leq \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ .

*Шестая игра* – от данной аналитической записи дуги (двойного неравенства) перейти к ее геометрическому изображению.

Заметим, что эти 6 игр обеспечивают умение решать задачи четырех основных типов, связанных с числовой окружностью, о которых мы упоминали выше.

Следующие дидактические игры относятся к модели «числовая окружность на координатной плоскости».

*Седьмая игра* – отыскание координат «хороших» точек числовой окружности. Например,  $M\left(\frac{\pi}{2}\right) = M(0;1)$ ,  $M\left(\frac{\pi}{4}\right) = M\left(\frac{\sqrt{2}}{2}; \frac{\sqrt{2}}{2}\right)$ ,  $M\left(\frac{\pi}{6}\right) = M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2}\right)$ ,  $M\left(\frac{\pi}{3}\right) = M\left(\frac{1}{2}; \frac{\sqrt{3}}{2}\right)$ ,  $M\left(-\frac{37\pi}{6}\right) = M\left(\frac{\sqrt{3}}{2}; -\frac{1}{2}\right)$  и т.д.

В процессе этой игры школьники фактически учатся вычислять значения тригонометрических функций, например, из последнего равенства следует (но об этом они узнают позже), что  $\sin\left(-\frac{37\pi}{6}\right) = -\frac{1}{2}$ , а  $\cos\left(-\frac{37\pi}{6}\right) = \frac{\sqrt{3}}{2}$ .

*Восьмая игра* – отыскание знаков координат «плохих» точек числовой окружности. Если, например,  $M(2) = M(x, y)$ , то  $x < 0$ ,  $y > 0$ . В процессе этой игры школьники фактически учатся определять знаки тригонометрических функций по четвертям числовой окружности, например, из последнего равенства следует (об этом они узнают позже), что  $\sin 2 > 0$ , а  $\cos 2 < 0$ .

*Девятая игра* – отыскание на числовой окружности точек, координаты которых удовлетворяют заданному уравнению. Например, если  $y = \frac{1}{2}$ , то этому условию удовлетворяют две точки числовой окружности, их имена  $\frac{\pi}{6}$  и  $\frac{5\pi}{6}$ , а все имена охватываются двумя формулами:  $t = \frac{\pi}{6} + 2\pi k$ ,  $t = \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ . Важность девятой игры очевидна: фактически мы без педалирования готовим учащихся к решению простейших тригонометрических уравнений вида  $\sin t = a$ ,  $\cos t = a$ . Для понимания сути дела следует, прежде всего, научить школьников решать

эти уравнения с помощью числовой окружности, не торопясь переходить к готовым формулам.

*Десятая игра* – отыскание на числовой окружности точек, координаты которых удовлетворяют заданному неравенству. Например,  $y > \frac{1}{2}$ , то этому условию удовлетворяют точки открытой дуги  $\frac{\pi}{6} + 2\pi k < t < \frac{5\pi}{6} + 2\pi k$ . Таким образом, мы, опять-таки без педалирования, готовим учащихся к решению тригонометрических неравенств вида  $\sin t > a$ ,  $\cos t > a$ .

После этого можно дать традиционные определения синуса и косинуса. Чтобы учащиеся приняли эти определения осознанно, им предлагаются те же игры, но в новой формулировке. Например, вычислить  $\sin\left(-\frac{37\pi}{6}\right)$  – переформулировка седьмой игры; решить уравнение  $\sin t = \frac{1}{2}$  – переформулировка девятой игры; определить знак числа  $\sin 2$  – переформулировка восьмой игры; решить неравенство  $\sin t > \frac{1}{2}$  – переформулировка десятой игры. Естественно, что появляются и новые сюжеты, например, сравнить числа  $\sin 1$  и  $\sin 2$  или  $\sin 7$  и  $\cos 7$ ; такие задания, традиционно сложные для массовой школы, не должны вызывать никаких затруднений в профильных классах.

Второй «кит» тригонометрии, упомянутый выше, – простейшие тригонометрические уравнения. Традиционная методическая ошибка (которую уже перестали замечать именно в силу ее традиционности) в изучении тригонометрии в школе все последние годы заключается в следующем: учащимся не дают возможности почувствовать специфику собственно тригонометрических уравнений – простейших уравнений типа  $\sin t = \frac{1}{2}$ ,  $\operatorname{tg}\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \sqrt{3}$ ; вместо этого они вынуждены с самого начала искать нужные формулы для упрощения заданного сложного уравнения.

В чем состоит специфика простейших тригонометрических уравнений? Во-первых, в том, что практически никогда до этого учащиеся не сталкивались с ситуацией, чтобы в уравнении было не конечное, а бесконечно множество корней; это надо понять, осознать и принять. Во-вторых, никогда до сих пор структура записи корней уравнения не выглядела столь сложно и громоздко. Самое трудное, что было до сих пор, – формула корней квадратного уравнения. Теперь же они сталкиваются с записью  $x = (-1)^n \arcsin m + \pi n$ , где каждый компонент (и пресловутые «арки», и наличие параметра, и странный «хвост»  $\pi n$ , и «выкрутасы» типа  $(-1)^n$ ) требует специального осмысления и отработки, для чего нужна соответствующая система упражнений. Приведем один из ее возможных вариантов.

- 1) вычисление значений обратных тригонометрических функций;
- 2) решение простейших уравнений вида  $(\sin t = a, \cos t = a)$  с помощью числовой окружности;

- 3) решение простейших уравнений по готовым формулам;
- 4) решение уравнений вида  $\sin(kx+m) = a$ ,  $\cos(kx+m) = a$ ,  $\operatorname{tg}(kx+m) = a$ ;
- 5) отбор корней в простейших уравнениях;

б) уравнения, сводящиеся к рациональным после выбора в качестве новой переменной какой-либо тригонометрической функции (в частности, к этой группе заданий относятся однородные тригонометрические уравнения и уравнения, сводящиеся к однородным с помощью основного тригонометрического тождества).

Как видно из приведенного перечня, и без обилия формул тригонометрии в теме «Тригонометрические уравнения» есть чем заняться. В дальнейшем, по мере появления формул тригонометрии, каждая из них тут же используется не только для бессмысленных упрощений тригонометрических выражений или столь же бессмысленного, нужного только с обучающей, но отнюдь не развивающей целью, доказательства тригонометрических тождеств, но и для решения уравнений.

### ***Проблемы преподавания в школе начал математического анализа***

Предел, производная, интеграл... Должны эти понятия включаться в программу школьного курса математики или нет, и если да, то в чем их воспитывающая и развивающая ценность для учащихся, в каком объеме и на каком уровне строгости излагать их в школьных учебниках и на уроках алгебры и начал математического анализа? Что делать с понятием предела – этим своеобразным жупелом как для учителей математики, так и для функционеров от математического образования? Как преодолевать методические трудности при изучении элементов математического анализа в школе, соотнеся их с тремя ключевыми вопросами методики преподавания математики: *что преподавать, как преподавать, зачем преподавать?* Главный из этих вопросов – последний, но именно он долгое время был в нашей общеобразовательной школе не самым актуальным. У сегодняшних же прагматичных российских школьников вопрос *зачем* выходит на первое место.

Вопрос *зачем* что-то изучается в том или ином школьном предмете соотносится в первую очередь с социальным заказом, который общество делает образованию. Если в недавние годы социальный заказ нацеливал педагогическую общественность на то, что главное в образовании – *обучение*, передача информации, то сегодня главное в образовании – *развитие*, формирование общей культуры человека, способного, в частности, самостоятельно добывать и перерабатывать информацию. Поэтому если раньше учили *математике*, то сегодня учат *математикой*.

Одной из основных целей математического образования должно быть воспитание умения математически исследовать явления реального мира. Значит, нужно научить школьников составлять математические модели реальных ситуаций, а для этого они должны владеть математическим языком, описывающим указанные модели. Для математического исследования явлений реального мира особенно важны понятия предела и производной, ведь это основные понятия языка, на котором «говорит природа». Безусловно, выпускник средней школы должен иметь представления о производной, о ее применении для исследования реальных процессов. При

этом следует учесть, что, во-первых, определение производной, которое дается в школе, в точности соответствует формальному определению, принятому в математике, и, во-вторых, что значение производной в общем развитии школьника, достаточно велико (скорость, касательная, монотонность, экстремумы, задачи на оптимизацию и т.д.).

Обсудим теперь, каким должен быть уровень изложения элементов математического анализа в школе (любой автор своим учебником должен дать учителю ответ на этот вопрос). В учебном предмете возможны и равнозначимы четыре уровня обоснования тех или иных свойств, фактов, утверждений:

1) принятие на веру (когда, например, ученикам сообщают, что сформулированная теорема доказана в математике, но мы принимаем ее без доказательства, поскольку оно по объективным причинам непосильно школьникам);

2) наглядно-интуитивный уровень – замена доказательства геометрическими иллюстрациями или рассуждениями «на пальцах»;

3) правдоподобные рассуждения (например, использование вместо доказательства конкретного примера, в котором фактически раскрывается идея формального доказательства);

4) формально строгое доказательство.

Основная трудность в работе учителя математики при изложении начал анализа состоит именно в адекватном и концептуальном выборе уровня строгости предъявления материала школьникам. Учитель, работая с тем или иным школьным учебником, часто пребывает в недоумении: почему одна теорема в учебнике доказана, а другая теорема в аналогичной ситуации приведена без доказательства; почему для обоснования одной теоремы авторы разрешают себе ограничиться геометрическими иллюстрациями, а через пару страниц в похожей ситуации запрещают это и себе, и учителю.

Рассмотрим в качестве примера положение дел в школьных учебниках с исследованием функций при помощи производной (на монотонность и экстремумы). Эта тема – своеобразная лакмусовая бумажка, которая проверяет методическую культуру учителя математики (да и авторов школьных учебников). Ведь здесь речь идет о теоремах, необходимость знания которых и явилась основной причиной введения элементов математического анализа в школьный курс математики. В то же время строгое доказательство этих теорем требует знания многих фактов математического анализа, которые в школе не рассматриваются. Какой путь выбрать учителю: сообщить теоремы без доказательства и без комментариев, ограничиться наглядно-интуитивными или правдоподобными рассуждениями, попытаться дать строгие доказательства?

...В школьных программах в различные годы рекомендовались различные подходы к введению понятия предела – от формального определения до требования вообще запретить упоминание самого термина «предел» из-за того, что не удавалось найти приемлемые методические приемы введения этого понятия. Поскольку производной без предела не бывает, это требование следует признать несерьезным, а потому обсуждению не подлежащим. Более серьезный вопрос: почему попытка

введения в школу строгого определения предела была априори обречена на провал?

Во-первых, надо учесть, что и в истории математики формирование понятия предела шло долго и мучительно. Пределами пользовались на наглядно-интуитивном уровне за много веков до введения формального определения, предложенного О. Коши лишь в начале XIX века. Это не случайно, ведь в обычном « $\varepsilon - \delta$  – определении» того, что число  $b$  является пределом функции  $y = f(x)$  при  $x \rightarrow a$  заложено внутреннее противоречие: на статическом языке неравенств описана динамическая ситуация – процесс приближения функции к предельному значению. Этого долго не могли постичь математики, чего уж требовать от школьников.

Во-вторых, следует упомянуть об измерении уровня сложности определений математических понятий. Один из способов такого измерения связан с числом кванторов в определении. Например, понятие четности функции – «однокванторное»: для любого  $x \in D(f)$  выполняется равенство  $f(-x) = f(x)$ , в определении присутствует только один квантор общности  $\forall$  – для любого. Понятие ограниченности функции сверху – «двухкванторное»: существует число  $M$ , такое, что для любого  $x \in D(f)$  выполняется неравенство  $f(x) < M$ ; в этом определении присутствуют два квантора: квантор существования  $\exists$  и квантор общности  $\forall$ .

Однокванторное определение посильно среднему школьнику, двухкванторное определение (ограниченность, экстремум, наибольшее и наименьшее значения, периодичность функции) требует напряжения умственных сил школьника и вдумчивой неспешной работы учителя. Это та планка, выше которой в общеобразовательной школе на любом уровне не прыгнуть (впрочем, не нужно и стараться делать это). А формальное определение предела – это определение с тремя кванторами  $((\forall \varepsilon > 0)(\exists \delta > 0)(\forall x : 0 < |x - a| < \delta) |f(x) - b| < \varepsilon)$ , т.е. по нашей условной иерархии определение третьего уровня сложности, не говоря уже о его перегруженности знаками модулей и неравенств.

Итак, совершенно очевидно, что школьнику в силу его возрастных особенностей и недостаточной математической культуры не по силам «трехкванторное» определение предела. Оно чаще всего не по силам и первокурсникам, которые формально заучивают определение, а подлинное понимание приходит позднее, где-то к концу второго курса – при изучении теории функций многих переменных и метрических пространств. Значит, от жесткой модели – формального определения – в школе следует отказаться.

Не была удачной и попытка дать школьникам понятие предела в терминах приближенных вычислений: приближенные вычисления – не самая любимая тема как школьников, так и учителей, опыт приближенных вычислений и у тех, и у других чаще всего отрицательный; на отрицательном опыте ничего позитивного построить нельзя. Выход один: воспользоваться мягкой моделью интуитивным представлением о пределе.

В началах математического анализа есть три вида предела: предел числовой последовательности, предел функции на бесконечности и предел функции в точке. Предел функции на бесконечности в российской общеобразовательной школе в по-

следние годы почти не рассматривался, упоминается (как правило, очень невнятно) лишь предел в точке. На наш взгляд, начинать надо (после разговора о пределе последовательности) именно с предела на бесконечности. Это диктуется дидактическими соображениями: если опираться на такие принципы дидактики, как связь с жизнью, связь с имеющимся опытом, то придется согласиться, что понятие предела функции в точке не имеет дидактической подоплеки (для школьников это – искусственная конструкция), в то время как с пределом функции на бесконечности в этом смысле все в порядке. Например, процесс остывания нагретого чайника до комнатной температуры моделируется с помощью предела на бесконечности. Учащимся знакомо понятие горизонтальной асимптоты, а наличие у графика функции горизонтальной асимптоты это геометрическая модель предела функции на бесконечности.

Свои усилия учитель должен направить, прежде всего, на то, чтобы учащиеся умели геометрически интерпретировать запись  $\lim_{x \rightarrow \infty} f(x) = b$  как наличие у графика функции  $y = f(x)$  горизонтальной асимптоты  $y = b$ , и, наоборот, глядя на график функции, имеющей горизонтальную асимптоту, переходить к аналитической записи с использованием символа предела. Например, ось абсцисс является горизонтальной асимптотой гиперболы  $y = \frac{1}{x}$ , значит,  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ ; график функции  $y = e^x$  асимптотически приближается к отрицательному лучу оси абсцисс, значит  $\lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$ .

Важно научить школьников конструировать эскизы графиков функций, обладающих заданными свойствами. Например, построить график функции  $y = f(x)$ , для которой  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 3$ ,  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = 0$ , причем функция непрерывна и убывает на всей числовой прямой. Это – задание базового уровня. А вот задание посложнее: построить график функции, для которой выполнены три условия из предыдущего примера (два предела и непрерывность), а взамен убывания предлагается условие  $f(0) = 5$ . Еще сложнее будет обстоять дело, если добавить условие  $E(f) = [-2; 7]$ .

Что касается вычисления пределов на бесконечности, то достаточно сообщить учащимся три факта: 1)  $\lim_{x \rightarrow \infty} \frac{1}{x} = 0$ ; 2) предел постоянной функции равен значению константы; 3) теорему об арифметических операциях над пределами (естественно, без доказательства). Тогда технику вычисления пределов нетрудно довести до вычисления предела отношения двух многочленов при  $x \rightarrow \infty$ .

Теперь приведем конспективный вариант изложения в школе темы «Предел функции в точке». Учащимся предлагается построить в трех экземплярах график некоторой непрерывной функции, проходящий через точку  $(a; b)$ . Затем второй и третий чертежи корректируются: на втором – точка  $(a; b)$  «выкалывается», на третьем – «выколота» точка занимает другое положение  $(a; c)$  (это так называемый метод вариативного чертежа). Учащимся предлагается ответить на вопрос: на трех чертежах представлена одна и та же функция или разные, и если разные,

то почему? Ответ: разные, поскольку функции отличаются друг от друга своим поведением в точке  $x = a$ . Конкретнее: первая функция непрерывна в этой точке, а вторая и третья – разрывны, причем вторая функция вообще не определена в точке  $a$ , тогда как третья – определена, но «неправильно» («правильно» она определена в первом случае). Если же точку  $x = a$  исключить из рассмотрения, то на всех трех чертежах будет представлена одна и та же математическая модель, для описания которой придумали и обозначение, и термин: обозначение  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = b$ , термин «предел функции при  $x \rightarrow a$ ». Объективности ради, следует заметить, что предложенная конструкция даст полноценный эффект лишь в том случае, если у учащихся накоплен значительный опыт работы с кусочными функциями (о чем мы, в частности, уже говорили выше).

Важно подчеркнуть, что в само определение предела заложено требование  $x \neq a$ . Ничего страшного в игнорировании конкретной точки нет, поскольку поведение функции в одной точке всегда можно исследовать отдельно. Заметим, кстати, что при таком подходе практически «бесплатно» получено определение непрерывной функции (исходя из модели, представленной на первом чертеже): функцию  $y = f(x)$  называют непрерывной в точке  $x = a$ , если  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ .

Вообще (повторимся) любое сколько-нибудь сложное математическое понятие должно в учебном процессе изучаться постепенно: сначала на наглядно-интуитивном уровне, потом на рабочем, описательном уровне и только после этого можно переходить к формальному определению. С понятием предела мы в школе на формальный уровень не выходим, определения предела функции, как на бесконечности, так и в точке, остаются на наглядно-интуитивном уровне. А вот понятие непрерывности функции в точке, которое, как мы уже отмечали выше, полезно ввести на наглядно-интуитивном уровне уже в 7-м классе, выводится в 10-м классе на формальный уровень.

Для вычисления предела функции в точке достаточно знать три факта.

1) Все функции, которые встречаются в школьном курсе математики (рациональные, иррациональные, показательные, логарифмические, тригонометрические, обратные тригонометрические) непрерывны в любой точке, в которой они определены, т.е. если  $f(a)$  существует, то  $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$ . Например,

$\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sin \pi x + \sqrt{x}}{x + 2} = \frac{\sin \pi + \sqrt{1}}{1 + 2} = \frac{1}{3}$ , поскольку функция, содержащаяся под знаком предела, определена, а значит и непрерывна в точке  $x = 1$ .

2) Если надо вычислить  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$  и  $g(a) = 0$ , то в случае, когда  $f(a) \neq 0$ , пишут  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)} = \infty$ , прямая  $x = a$  является в этом случае вертикальной асимптотой графика функции  $y = \frac{f(x)}{g(x)}$ .

3) Если и  $f(a) = 0$  и  $g(a) = 0$ , т.е., как принято говорить в математическом анализе, имеется неопределенность вида  $\frac{0}{0}$ , то чтобы вычислить  $\lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x)}{g(x)}$ , нужно

выполнить тождественные преобразования дроби  $\frac{f(x)}{g(x)}$ . В простейших случаях неопределенность исчезает в момент сокращения дроби на  $x - a$  (это сокращение часто смущает учителей, но оно вполне законно, поскольку  $x \neq a$  по определению). Например,  $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 4}{3x - 6} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 2)}{3(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + 2}{3} = \frac{2 + 2}{3} = \frac{4}{3}$ .

При изучении производной основное внимание уделяется модели  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta g}$ , ее геометрическому и физическому истолкованию. Вряд ли есть смысл делать акцент на отработку умений вычислять производную – это довольно скучное и однообразное занятие, осуществляемое по готовым рецептам и мало что дающее для развития учащихся. Гораздо важнее научить школьников «видеть» приложения производной, опираясь на геометрические иллюстрации, именно «видеть», а не пытаться их формально доказывать.

Введение понятия производной обычно начинается с двух классических задач – задачи о скорости и задачи о касательной. В процессе решения этих задач появляется новая математическая модель: предел отношения приращения функции к приращению аргумента при условии, что приращение аргумента стремится к нулю. Если жизнь выдвигает на повестку дня новую математическую модель, дело математиков специально заняться изучением этой модели в отрыве от ее конкретного содержания. Заняться изучением новой модели – это значит: 1) присвоить ей специальный термин; 2) придумать для нее специальное обозначение; 3) изучить правила оперирования с новой моделью и сферу ее приложения. Для рассматриваемой модели используется термин *производная* и обозначение  $y'$ .

Целесообразно использовать пятишаговый (а не трех-четырёхшаговый, как во многих школьных учебниках) алгоритм отыскания производной функции  $y = f(x)$ :

- 1) зафиксировать  $x$  и вычислить  $f(x)$ ;
- 2) дать аргументу приращение  $\Delta x$  и вычислить  $f(x + \Delta x)$ ;
- 3) найти  $\Delta f = f(x + \Delta x) - f(x)$ ;
- 4) найти  $\frac{\Delta f}{\Delta g}$ ;
- 5) найти  $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta f}{\Delta g}$ .

...В заключение заметим, что все методические предложения, высказанные выше, реализованы в учебно-методических комплектах (учебник, задачник, книга для учителя, контрольные работы, самостоятельные работы) для изучения курсов алгебры 7–9 и алгебры и начал математического анализа 10–11, созданных под руководством автора настоящей статьи (издательство «Мнемозина», 2000 – 2010).

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Арнольд, В.И. Жесткие и мягкие математические модели / В.И. Арнольд. – М: МЦНМО, 2000.

2. Мышкис, А.Д. Нужно ли изучать в школе высшую математику / А.Д. Мышкис // Математика: приложение к газете «Первое сентября», № 25 -26, 2004.

**(Современные проблемы физико-математического образования [Текст]: монография / Л.В.Воронина и др.; под общ.ред. проф. И.Г.Липатниковой. – Екатеринбург: УрГПУ, 2011. С 5-27.)**

## 2.4 Концепция школьной геометрии

И.Ф.Шарыгин

Концепция любого учебного предмета должна отвечать на три вопроса: Зачем (нужна геометрия)? Какая (нужна геометрия)? Как (нужно преподавать геометрию)?

### 1. Цели обучения

В последнее время в различных газетах и журналах, в радио и телевизионных передачах хватает материалов, касающихся положения дел в средней школе. Однако если судить по этим публикациям и передачам, то может создаться впечатление, что в современной средней школе почти отсутствует математика. Нынче школьник изучает массу разных предметов, тут история и сексуальное воспитание, информатика, эстетика и основы маркетинга и многое, многое другое. Но математики нет, а если она еще где-то и существует, то входит в число второстепенных предметов. И в этом – большая стратегическая ошибка. *Родной язык и литература, физкультура, математика – вот три стержня среднего образования.* Среди всех предметов математика охватывает самый широкий спектр учебных, образовательных, развивающих и других целей. Понятно, что основные цели математического образования в той или иной степени относятся и к его геометрической составляющей, хотя некоторые специфичны именно для нее. Но прежде чем перейти к описанию этих целей, попробуем ответить еще на один вопрос.

На вопрос, *кто определяет цели образования*, дается стандартный ответ: общество, которое формирует так называемый *социальный заказ*. Но тогда возникают другие вопросы: а кто конкретно выступает в качестве доверенного лица общества и доводит до его же сведения им же сформированный социальный заказ? Как можно быть уверенным, что цели образования, сформулированные какими-то крупными учеными или высокопоставленными чиновниками, в самом деле выражают этот социальный заказ? Как меняются цели образования в пространстве и времени?

В западных социологических исследованиях существует теория, согласно которой развитие общества и его компонент происходит по следующей схеме: накапливающиеся изменения и противоречия формируют *социальный вызов* (social challenge), на который должен последовать соответствующий ответ (response), и если этот ответ в самом деле соответствует вызову, то общество (общественные институты) развиваются. Если же данный ответ не соответствует вызову, то продолжающиеся накапливаться внутренние противоречия могут

стать мощной разрушающей силой. (Очевидная аналогия – внутренние болезни человека). Нетрудно увидеть сходство понятий *социальный заказ* и *социальный вызов*.

Подобная схема справедлива и для системы образования, при этом для школы важен ответ не в виде формулировок общих целей, а их реализация в комплекте учебников и учебных пособий. Но в любом случае очень важно, насколько имеющийся ответ соответствует социальному заказу. Похоже, что в первой половине этого столетия российское (советское) общество получило от школьного математического (и не только математического) образования адекватный ответ на социальный заказ (социальный вызов). Накопившиеся затем внутренние противоречия не нашли адекватного ответа (конец семидесятых), и математическое (опять же не только) образование начало деградировать. События конца восьмидесятых резко обострили ситуацию и в системе образования...

**Культурное развитие.** *Геометрия – это феномен общечеловеческой культуры; человек, не знающий геометрии, не может считаться культурным.* Можно сказать, что геометрия является самым гуманитарным из негуманитарных предметов, посредством геометрии реализуются многие цели, специфичные именно для предметов гуманитарного цикла. При этом геометрический критерий культурного развития человека, в отличие от, скажем, литературного, является общечеловеческим. Например, некий человек, живущий в Новой Зеландии, вполне может быть культурным, даже если он не знаком с творчеством Пушкина. Но если он не знает теоремы Пифагора, то его право называться культурным очень и очень сомнительно. Многие теоремы геометрии представляют собой одни из самых древних памятников мировой культуры. Здесь очень важно понимать, что *история геометрии* по сути является *отражением истории развития человеческой мысли*, что она является одной из (двух, трех? А может, «одной из одной»?) первоначальных наук и ее возраст совпадает с возрастом вида *homo sapiens*. Знание истории развития человеческого общества, необходимое для любого культурного человека, включает в себя и определенные знания по геометрии.

Не следует, однако, упускать из виду, что геометрическая культура при всей своей общечеловечности обладает и национальным колоритом, отражает национальный менталитет. Курс геометрии, например, во французской школе достаточно сильно отличается от курса российского.

**Духовное развитие.** *Геометрия возникла не только из практических потребностей человека, но, и это очень важно, и из его духовных потребностей.* И здесь ее можно поставить в один ряд с поэзией, музыкой и живописью. Геометрия занимает важное место в ряду культовых наук. В качестве примера можно взять Японию. Синтоизм – основная религия Японии – всячески поощряет занятия геометрией. В средние века в этой стране была сильно развита так называемая храмовая геометрия, достижения японских геометров, которые они оформляли в виде ярко раскрашенных досок и вывешивали при синтоистских храмах, во многом опережали достижения европейских геометров.

Конечно, отделить духовное развитие от культурного не так просто. В некотором смысле культура есть форма проявления духовности. Но не только. Возможно, что духовное развитие – один из наиболее непонятных и труднопроверяемых видов развития. Но все же оно имеет место быть, и геометрия способствует духовному развитию личности.

**Интеллектуальное развитие.** *Математика является одним из основных средств интеллектуального развития человека, которыми располагает человечество.* Математика является также важнейшим средством оценивания уровня интеллектуального развития человека. При этом геометрические критерии особо значимы для высоких уровней.

*Геометрия, как и алгебра, является носителем собственного метода познания мира.* Владение этим методом – важнейшая цель образования. Но вклад геометрии в интеллектуальное развитие человека этим не исчерпывается. Следует выделить роль геометрии на начальных ступенях школьного образования. Надо помнить, что не только *исторически* (для всего человечества), но и *генетически* (для отдельного человека) *геометрическая деятельность является первичным видом интеллектуальной деятельности* и заниматься этой деятельностью человеку приходится буквально с момента рождения. Выявленная и доказанная психологами и физиологами функциональная асимметрия головного мозга заставляет нас также несколько иначе взглянуть на значение геометрии в развитии человека. Оказывается, левое полушарие нашего мозга ведет логическим, алгоритмическим мышлением. Работает левое полушарие лишь во время бодрствования. Когда человек спит, оно выключается. Правое полушарие «отвечает» за чувственную, образную сферы нашего сознания, и оно функционирует постоянно. Наши сновидения – продукт деятельности правого полушария. Некоторые из известных методик обучения математики чрезмерно перегружают левое полушарие мозга. Это очень опасно именно на ранних ступенях школьного обучения и особенно в отношении детей с доминирующим правополушарным типом мышления, а таких детей довольно много, возможно, даже подавляющее большинство. В результате – учебные перегрузки, стрессы и даже «дебилизация» некоторых учеников, которые начинают отставать в своем интеллектуальном развитии.

Отсюда можно сделать вывод (и этот вывод уже подтвержден практикой), что при широкой геометризации школьной математики на ее начальных ступенях значительно сокращается число отстающих, лучше усваиваются и негеометрические разделы. *Уже сам процесс занятий геометрией имеет большое развивающее значение...*

**Характеристика курса геометрии. Основные идейные и содержательные линии.**

### **...Геометризация науки и образования как всеобщая тенденция**

Ареал распространения геометрии далеко выходит за границы собственно математических дисциплин и распространяется на территории, традиционно занимаемые другими предметами, в том числе такими далекими от математики, как физкультура или рисование! Значительно выросло в последнее

время значение геометрической компоненты на всех этажах математического здания и в образовании, и в науке. Причем это является общемировой тенденцией (сегодня мы наблюдаем своеобразный геометрический бум. Во многих странах (Япония, Франция и др.) в содержательную геометрическую деятельность дети вовлечены уже с детсадовского возраста, увеличились по объему и возросли по сложности школьные курсы геометрии, варианты вступительных экзаменов в институты содержат много трудных задач по геометрии. В математической науке значительная часть исследований, конференций и публикаций относятся к геометрии. Геометрические идеи глубоко проникли в современные исследования по физике, биологии и другим наукам.

Что касается математического образования, то и здесь уместно говорить о его широкой геометризации как о характерной особенности. Общеизвестен алгебраический метод, применяемый в самых различных науках и разделах математики, в том числе и в геометрии. То что алгебра помогает геометрии, дает ей свой инструмент для исследований, – явление обычное. Но важно и то, что геометрия может оказать большую помощь при обучении алгебре и другим математическим наукам. Всевозможные геометрические интерпретации, методы доказательств могут помочь в изучении алгебры, помочь понять смысл формул, вывести их и прочно запомнить. И эти возможности геометрии необходимо максимально использовать...

**Типы геометрических курсов.** *Возможны различные типы геометрических курсов при формально одном и том же содержании.* Геометрия может быть частью единого предмета на всех этапах школьного образования. То, что в начальной школе математика представляет собой единый предмет, выглядит естественным и даже единственно возможным. Это мы видим во многих школах мира. Выделение с некоторого момента геометрии в отдельный предмет явление достаточно распространенное, но не повсеместное. Именно так традиционно устроен курс математики в российской школе. И эту традицию следует сохранить: многие важнейшие общеобразовательные цели реализуются именно через геометрию и их достижение окажется затруднено при включении геометрии в общий курс математики.

Далее, систематический курс геометрии может основываться на разных принципах. Сегодня мы в основном встречаемся с курсами геометрии на аксиоматической основе, но именно эта основа у разных курсов разная: одни тяготеют к аксиоматике классической, евклидовско-гильбертовской, другие предпочитают системы аксиом вейлевского типа, третьи буквально с самого начала включают в курс аксиомы движения. *По нашему мнению, логически строгий аксиоматический курс школьной геометрии невозможен.* В качестве одного из доводов приведем следующий: как только у нас появляется рисунок, мы теряем в логической строгости. А курс геометрии в школе без рисунков такая же нелепость, как и нестрогий аксиоматический курс. Предлагаемый нами курс геометрии можно характеризовать как *наглядно-эмпирический*, при этом в русле этой единой концепции рассматриваются все этапы школьной геометрии, а не только систематический курс, начинающийся в 7 классе. Уже само назва-

ние достаточно точно указывает на основные особенности этого курса, которые более подробно будут разьяснены позднее.

Следует также заметить, что одним из качеств, которым должен обладать в той или иной мере школьный курс геометрии (и не только геометрии), – это *эклeктичность*. И этим, в частности, школьный учебник должен отличаться от учебника вузовского, а тем более от научной монографии. Безусловно, наличие основополагающей концепции – необходимое условие полноценного курса. И все же следует познакомить ученика с различными точками зрения, предъявить различные идеи и идеологии, чтобы он имел возможность, пусть даже полу-фиктивно, реализовать свое право на выбор.

Важнейшей методологической и методической проблемой школьной геометрии является также взаимоотношение и последовательность изложения теорий плоской, двухмерной и пространственной, трехмерной геометрий...

**Основной курс геометрии. Устойчивость содержания.** Уже было упомянуто, что сегодня в нашей школе действуют различные в своей концептуальной основе курсы геометрии. Тем не менее, эти курсы едины по содержанию, по номенклатуре сообщаемых сведений (вернее, почти едины), как говорят, соответствуют программе. Каждый автор, работая над учебником, решает своеобразную краевую задачу, краевые условия которой задаются действующей программой. И здесь возникает вопрос: насколько вольны авторы учебников или комиссий по выработке программ при отборе содержания? Многие определяют одной важной характеристикой учебного предмета – его внутренней устойчивостью. Дело в том, что геометрия – учебный предмет с многовековой историей не только вообще, но и внутри школы, ее содержание – продукт длительного естественного отбора. Она обладает очень высокой внутренней устойчивостью. Многочисленные доказательства этому мы наблюдаем в нашей школе: ряд геометрических теорем и фактов, необдуманно выброшенных из учебных программ, сегодня практически и стихийно восстановлены. Несмотря на внешнюю незначительность некоторых из этих фактов, без них геометрическое знание было неполным, а геометрические умения недостаточными. Оказалось, что геометрия – это некий единый организм, способный к регенерации. Так что возможности волеизъявления и вкусовых решений у программных комиссий, авторов учебников, руководителей образования и т. д. не столь уж велики. Об этом следует знать и помнить.

Необходимо вернуть в школьную геометрию многие разделы, выброшенные из нее в последние десятилетия. Следует также ввести в школу некоторые малоизвестные факты из классических разделов геометрии треугольника и окружности, замечательные, незаслуженно забытые достижения *старых мастеров*. Некоторые из этих фактов, несмотря на малоизвестность, настолько близко прилегают к курсу, что ввести их можно почти без затрат учебного времени. С другой стороны, их введение может резко повысить развивающий потенциал школьной геометрии и даже приблизить ее к современной геометрической науке. (Многие современные достижения математики берут свое начало в работах классиков геометрии.)

**Два раздела геометрии: планиметрия и стереометрия.** Одной из самых важных и трудноразрешимых проблем школьной геометрии является проблема взаиморасположения во времени планиметрии и стереометрии. С одной стороны, с точки зрения процесса познания, первичной является трехмерная геометрия, твердое тело – вот основа и основной объект исследования геометрии. Это реальный объект, во всяком случае, не менее реальный, чем объекты, изучаемые в физике, в то время как плоские фигуры являются математическими абстракциями и полноценно изучаться могут при хорошем уровне развития абстрактного мышления. С другой стороны, с точки зрения развития математической теории более удобным выглядит путь от плоской геометрии к пространственной. Кроме того, большинство методов стереометрии основаны на различных способах сведения пространственной задачи к одной или нескольким плоским задачам. А это требует соответствующей последовательности при изучении.

Поиски решения проблемы на пути полного фузионизма – параллельного изучения плоской и пространственной геометрий не представляются перспективными. Дело в том, что эти разделы играют различную роль в образовательном процессе, посредством их достигаются различные цели обучения. Планиметрия представляет собой замкнутую модель науки, внутри которой можно бесконечно совершенствоваться. Она дает большие возможности для развития творческого, интеллектуального. Стереометрия же является предметом инженерного типа, в ней широко используются соответствующие методы, она развивает такое специфическое качество, как пространственное воображение, профессионально значимое для многих специальностей, далеких и от математики, и от науки вообще. Одновременное изучение этих разделов может привести к тому, что достижение важнейших целей обучения окажется сильно затруднено или станет вообще невозможным.

Таким образом, налицо комплекс противоречий, разрешить их все невозможно, поскольку имеет место нечто вроде соотношения неопределенности, улучшая одну характеристику, мы ухудшаем другую. Не поэтому ли все (известные нам) попытки создания фузионистских курсов геометрии оказались безуспешными, в них удивительным образом произошло взаимоуничтожение (аннигиляция) планиметрии и стереометрии.

Предлагаемый курс – это *курс с элементами фузионизма*. В нем в начале изучается теория плоской геометрии, а трехмерное пространство выступает в качестве своеобразного «интерьера». Некоторые простейшие тела используются в качестве объектов для применения теории планиметрии.

**Две части геометрии: основания геометрии и собственно геометрия.** Необходимо признать, что, по сути, мы изучаем две различные геометрии: основание геометрии и собственно геометрию. Они отличаются друг от друга как предметом, так и методом исследования. В начале курса предметом исследования являются простейшие геометрические формы: прямые, лучи, отрезки, углы и пр. (Здесь мы говорим о планиметрии. Сказанное почти автоматически распространяется и на стереометрию, хотя, конечно, с определенными измене-

ниями.) В некотором смысле мы изучаем свойства плоскости в целом. Во второй части мы изучаем свойства геометрических фигур, рассматривая понятие фигуры в обыденном смысле, т.е. включая в него плоскопротяженные объекты: треугольники, специальные четырехугольники, окружности (круги) и т.п.

Основным методом исследования при изучении начал геометрии является аксиоматический метод. Суть его в том, что мы имеем дело не с геометрическим объектом, а со списком свойств этого объекта. Список этот расширяется по законам логики, начальный же список постулируется. Во второй же части используются два метода: внутренний, геометрический, и внешний, алгебраический. Коротко смысл геометрического метода состоит в том, что в процессе решения мы каким-то способом перестраиваем изучаемую конфигурацию: проводим дополнительные линии, вычленяем отдельные элементы, преобразуем и др. Различен и уровень доказательности, принятый в выделенных частях геометрии; уровень, достигнутый в первой части, является как бы исходным во второй. Иными словами, факты, которые мы доказывали в самом курсе и при решении задач в первой части, во второй считаем очевидными. *Добраться до содержательных геометрических теорем, передвигаясь мелкими шажками в соответствии с аксиоматическим методом в разумное время невозможно.*

Весьма распространен тезис: целью обучения геометрии является развитие логического мышления – индуцирован именно первой частью – основаниями геометрии. Этот тезис представляется нам ошибочным, и мы заявляем – не логическое мышление, *но логическая интуиция*, которая, объединившись с интуицией геометрической, является мощнейшим инструментом исследования.

Интересно, что многочисленные и достаточно острые дискуссии по поводу школьного курса геометрии, происходившие в нашей стране одно-два десятилетия тому назад, не выходили за рамки начал геометрии, и в то же время оценка качества геометрической подготовки учащихся всегда проводится по программе второй части. Безусловно, не следует недооценивать роли оснований геометрии для интеллектуального развития школьника. И здесь очень важно не противопоставлять различные точки зрения на происхождение геометрических форм, а показать их во взаимодополняющем единстве. Так, любой объект, например прямая, может выступать как бы в двух ипостасях: как готовый образ и как траектория движения. И поэтому возмущение по поводу употребления в связи с понятием «прямая линия» оборота «сколько бы ее ни продолжали» отражает одну точку зрения (хотя оборот в самом деле неудачен), а утверждение, что в природе не бывает прямых, а лишь отрезки, которые мы можем продолжать, – другую.

Увлечение основами математических наук характерно для конца прошлого и первой половины нынешнего столетия. Уже из этого следует, что начинать школьные курсы с этих разделов значит нарушать важнейший принцип историзма.

Большое впечатление на математиков и научно-педагогическое сообщество произвела многовековая борьба с пятым постулатом, а особенно неожиданный исход этой борьбы. Возникла иллюзия, что математики докопались до

первооснов своей науки и все это можно отразить на школьном уровне. На наш взгляд, как раз наоборот, история пятого постулата должна была доказать невозможность полноценного введения основ геометрии в школьный курс. Похоже, что сегодня математики отказались от иллюзии возможности создания абсолютно прочного логического фундамента для своей науки и пришли к заключению, что основа надежности математического знания та же, что и у большинства других естественных наук, – здравый смысл и эмпиризм.

Тем не менее и сегодня мы наблюдаем в школе курсы геометрии, заявленные их авторами как курсы «на аксиоматической основе». Но для нормального усвоения «аксиоматических основ» нужен очень высокий уровень логической подготовки, которой не имеют ни ученики, ни учителя. Бедных учителей, а за ними и учеников заставляют произносить бессмысленные сочетания слов, выдавая их за умозаключения, заучивать формулировки определений, делающих определяемое понятие абсолютно неузнаваемым. В результате учащиеся получают искаженное представление о том, что такое геометрическое доказательство, дискредитируется сама его идея. Главное – отбивается интерес к предмету.

Причиной снижения интереса к геометрии является также и то, что в течение длительного времени учащиеся, по существу, не получают новых знаний, а то, чем они занимаются на первых уроках геометрии, просто навеивает скуку и вызывает усталость. И к тому же, как уже отмечалось, основы геометрии плохо связаны с основной частью школьного курса геометрии. Нелепо, обучая какому-то ремеслу, сначала долго изучать свойства используемых инструментов, но еще нелепее начинать с изучения свойств инструментов, которыми в дальнейшем не придется пользоваться. Но именно так строятся многие курсы геометрии.

**Научность и доступность.** Одна из важнейших и трудноразрешимых задач, встающих перед авторами, пишущими для средней школы, – это задача разумного и в некотором смысле оптимального сочетания научности и доступности курса. Но, наверно, ни в каком другом предмете эти проблемы не встают с такой остротой, как в геометрии. Уже сам термин «научность» понимается разными авторами по-разному. Но и уяснив для себя, что такое научность, автор сталкивается с огромной массой проблем: от чисто литературных до специфически-методических. Как найти ту тропинку, по которой надо провести школьника, не потеряв его в колючих зарослях математических тонкостей и не утопив в болоте невежества? В качестве руководства к действию разумно, наверно, взять формулу, которой должен следовать свидетель в суде, правда несколько ее урезав: «Говорить правду, только правду и ничего, кроме правды». Здесь отсутствует обязательство говорить *всю правду* (без особой необходимости).

В этой связи упомянем одну очень важную научно-методическую проблему, связанную с выстраиванием систематического курса геометрии – проблему *легализации знаний*. Эта проблема относится и к содержанию обучения (какая?) и к методике (как?). Не секрет, что к началу систематического курса учащиеся располагают достаточно большим запасом геометрических знаний,

полученных как самостоятельно из личного опыта, так и в процессе обучения в предыдущих классах. Логика же систематического курса вынуждает нас вначале смотреть на ученика как на некую *tabula rasa*, которая должна постепенно и в определенном порядке заполняться. В результате, с одной стороны, ученик длительное время, по существу, не поучает новых реальных знаний, а с другой, многие имеющиеся у него знания остаются невостребованными. Отсюда почти неизбежно – потеря интереса к предмету. Необходимы особые и совместные усилия ученых и методистов, чтобы этого не допустить.

**Две основные фигуры геометрии: треугольник и окружность.** Выделяя этот пункт в концепции, мы тем самым подчеркиваем, что предлагаемая нами геометрия – это, в первую очередь, геометрия фигуры. Такой подход может показаться малосовременным и даже архаичным. Куда как современнее выглядят курсы, основанные на идее преобразования плоскости, на координатной или векторной основе. Но как ни странно, подобные современные подходы значительно сужают творческое поле геометрии, ряд геометрических фактов плохо укладывается в эти теории, «за кадром» остаются большинство «рукодельных» приемов, благодаря которым геометрия и превращается в своего рода искусство, которые образуют основной развивающий потенциал геометрии. И с этой точки зрения выделяется роль двух фигур: треугольника и окружности (правильнее сказать «круга», поскольку окружность – не фигура, а линия).

С одной стороны, треугольник и окружность как бы ограничивают учебное пространство. Треугольник – простейший многоугольник и даже – простейшая фигура. Окружность – единственный представитель класса гладких фигур, изучаемый в школе, является иллюстрацией идеи предельного перехода. Между треугольником и окружностью расположены всевозможные многоугольники, исчерпывая все изучаемые в школе фигуры.

С другой стороны, окружность в некотором смысле фигура «более первичная», чем треугольник. Прямую можно рассматривать как окружность бесконечного радиуса (опять предельный переход, но уже в другом направлении). Подчеркивает роль окружности также известный факт, что все построения на плоскости, выполняемые циркулем и линейкой, могут быть выполнены одним циркулем. С алгебраической точки зрения треугольник является достаточно сложным объектом, он описывается уравнением третьего порядка.

Кроме того, треугольник и окружность задают два важнейших метода геометрии. С треугольником связан «метод ключевого треугольника». В изучаемом объекте выделяется один или несколько треугольников, к исследованию которых сводится данная задача. Можно утверждать, что таким образом решается подавляющее большинство геометрических задач. С окружностью связан ряд технических приемов и методов, в частности «метод вспомогательной окружности». Большинство трудных задач – это задачи про окружности. Уже поверхностное знакомство с олимпиадными задачами показывает, что во многих задачах в условии упоминается окружность; очень часто отсутствовавшая в условии окружность появляется в решении.

На наш взгляд, одной из причин снижения уровня геометрической подготовки в сегодняшней школе является недостаточное внимание программ и учебников к геометрии окружности.

*Треугольник – это клетка геометрии, окружность – ее душа.*

**Методы геометрии.** Существует традиция, в соответствии с которой в содержание геометрических курсов не включаются методы геометрии. Исключения составляют векторный и координатный методы. Однако и они изучаются больше как самостоятельные разделы, чем как геометрические методы, которые могут быть использованы в задачах, в условии которых нет ни векторов, ни координат. С другой стороны, иногда школьникам внушают, что эти два метода являются универсальными, любая задача может быть решена с их помощью. Так, кстати, думают многие победители математических олимпиад. И бывает жалко талантливых ребят, когда видишь метры бумаги, исписанной ими для решения пустяковой геометрической задачи. Методы геометрии можно разбить на методы внутренние и внешние, общие и частные. С точки зрения такой классификации векторный и координатный методы являются внешними и общими. Наибольший интерес представляют методы внутренние и частные. Именно они дают красивые геометрические решения. И эти методы должны быть включены в содержание курса геометрии.

**Система задач.** За многовековую историю образовалась большая коллекция всевозможных геометрических задач. Без знакомства с этими задачами геометрическое знание не может быть полным. Кроме того, геометрические умения, геометрическое развитие оценивается в первую очередь через умения решать задачи. Полноценный геометрический курс – это объединение теории и соответствующей системы задач.

Большим недостатком некоторых современных курсов геометрии является отрыв от системы задач, они не только не знакомят » жемчужинами из геометрической коллекции, но и, что уж совсем странно, оказываются далекими от современной геометрической практики (например, практики конкурсных экзаменов). Эти курсы обслуживают сами себя, из теоретической части выкинуты многие важные факты и теоремы, на первый взгляд не очень значительные для развития геометрической теории. Но вместе с ними оказалась зачеркнутой больша́я и даже бо́льшая часть классических задач.

**Три этапа систематического курса геометрии.** По сложившейся в нашей школе традиции систематический курс планиметрии изучается в течение трех учебных лет. Похоже, что и по объему, и по времени параметры курса определены оптимально. Получающееся геометрическое трехлетие естественным образом распадается на три этапа.

*Первый этап.* Основная методическая задача – заинтересовать – вступает в противоречие со скудным и скучным теоретическим материалом. По сути дела, ученики не узнают новых фактов, происходит упорядочение и систематизация уже накопленного и не очень богатого геометрического знания. Ученые и методисты, а за ними и учителя попадают в почти патовую ситуацию. Установка на «научность» курса (под этим понимался аксиоматический подход, кото-

рый мы уже обсуждали) провалилась. Возможно, одна из причин этого состояла в том, что за дело взялись профессиональные математики, плохо знающие школу и психологию ученика, зато слишком хорошо понимающие, что такое настоящий уровень строгости. В результате мы получили не интерес к геометрии, а аллергию на нее. Не менее опасен и вульгарно-упрощенный подход к началам геометрии. Нам кажется, что предлагаемая наглядно-эмпирическая концепция позволяет найти выход из этой ситуации. Теоретическая схема курса на первом этапе такова: трехмерное пространство, поверхности и линии в нем – плоскость, линии и фигуры на плоскости, – прямая, геометрия прямой линии, осевая симметрия, углы и многоугольники, окружность, – треугольники, равнобедренный треугольник, признаки равенства треугольников, некоторые свойства окружности, – основные задачи на построение, геометрические места точек, неравенство треугольника, касание окружностей, некоторые другие факты, – повторение. Все это сопровождается системой задач, которые можно разбить на следующие (пересекающиеся) группы: чисто занимательные задачи; учебные задачи, развивающие некоторые важные в будущем технические элементы; задачи по топологии, не требующие предварительных знаний; задачи на движение, непрерывное и дискретное; задачи, в которых описываемая ситуация может реализовываться различными способами, и др. Собственно планиметрическая часть имеет достаточно серьезную научную подоплеку: предлагаемый курс — это курс абсолютной геометрии.

*Второй этап.* Здесь сосредоточен основной теоретический материал. Девиз – научить. Начало достаточно очевидно: теория параллельных и сумма углов треугольника. И тут же учащиеся получают один из самых важных инструментов решения геометрических задач, использующих свойства окружности, – теорию вписанных углов. Именно на этой теории основан метод вспомогательной окружности. Следующий шаг в развитии теории не столь очевиден. Возникает альтернатива: теория подобия или же теория площадей. Исторические аналогии помогают мало, в реальной истории геометрии многие разделы развивались одновременно, а мы должны эти разделы упорядочить во времени. Все же следующим шагом, по нашему мнению, должна быть теория подобия, она в некотором роде «первичнее». Предваряет эту теорию раздел, посвященный параллелограммам, трапециям и другим специализированным четырехугольникам, естественным образом связывающий теорию параллельных прямых с теорией подобия. Далее теория подобия переходит в метрическую теорию, «возглавляет» которую теорема Пифагора. Как известно, именно метрические теоремы геометрии создают основу для применения алгебраических методов, а эти методы являются основным инструментом решения задач конкурсного типа. Таковы основные вехи развития теории на втором этапе. Содержание дополняется различными геометрическими фактами по таким классическим темам, как замечательные точки в треугольнике, вписанные и описанные четырехугольники. Безусловно, по идейной нагрузке ко второму этапу относится и теория площадей, но возникающая при этом перегрузка вынуждает отнести

эту тему к третьему этапу. Именно на втором этапе мы имеем возможность начать полноценную – работу с основным массивом геометрических задач.

*Третий этап* имеет повторительный характер» Исключение составляют первые разделы: это уже упомянутая теория площадей, которую мы относим к ядру курса, и главы, посвященные правильным многоугольникам и выводу формул длины окружности и площади круга, имеющие чисто теоретическое значение. Инструментом повторения являются векторный и координатный методы, теоретическая основа которых развивается в следующих главах. Эти внешние по отношению к геометрии и весьма общие методы дают возможность переосмыслить предыдущее содержание с иной точки зрения, записать известные факты и теоремы на другом языке. Следует обратить внимание на то, что векторы и координаты концептуально не очень хорошо соответствуют предлагаемому курсу геометрии, они являются представителями «иной математики». Завершает курс теория преобразований плоскости. Без знакомства с этой теорией геометрическое знание является недостаточным. Кроме того, завершая курс именно теорией преобразования, мы в некотором роде следуем известному в драматургии закону рамки: осевая симметрия была вначале, ею мы и заканчиваем, показывая при этом, что законы осевой симметрии являются важнейшими законами планиметрии.

**Некоторые особенности стереометрии.** В предыдущих разделах было сказано несколько слов о стереометрии, был произведен небольшой сравнительный анализ планиметрии и стереометрии. В результате мы пришли к следующим рекомендациям: в первой половине школьного периода (начальная школа и первая ступень средней) стереометрия и планиметрия выступают равноправными партнерами, причем в конце этого периода роль стереометрии несколько возрастает; во второй половине вначале идет систематический курс планиметрии с небольшими выходами в пространство и завершает геометрическое образование в средней школе систематический курс стереометрии.

Каковы же особенности этого систематического курса? Заметим, что, как и в планиметрии, здесь можно выделить две части: начало, основы стереометрии и геометрию тел. В первой части постулируются основные свойства пространства, изучаются свойства прямых и плоскостей в пространстве, параллельность и перпендикулярность. Здесь особо следует выделить теоремы о перпендикулярности, именно они определяют основные отличия трехмерного пространства от двумерного и в будущем станут главными рабочими теоремами стереометрии.

Но основное содержание курса стереометрии составляет геометрия тел, в первую очередь многогранников. Как сказал Пуанкаре: «Не будь в природе твердых тел, не было бы геометрии». При этом простейшие многогранники появляются в курсе с самого начала, выполняя функции своеобразных опор для «подвешивания» прямых. Тем самым с самого начала реализуется одна из важнейших практических и теоретических установок: надо научиться привязывать рассматриваемую ситуацию к тому или иному простейшему, удобному для изображения многограннику. Помимо этого мы с самого начала можем решать

простейшие задачи на построение сечений на изображении многогранника и тем самым сделать наш курс более интересным и содержательным. Подчеркнем, именно построение на изображении, а не просто построение в пространстве, поскольку просто построения в пространстве опираются на ряд условностей вроде возможности проведения плоскостей, кажущихся противоестественными.

Что касается специфики методов стереометрии, то здесь следует выделить две крайние особенности. С одной стороны, многие доказательства опираются на хорошо развитое пространственное воображение. Главное – увидеть, увидел – понял, а затем и доказал. Важную роль играет умение делать чертеж. Чертеж становится элементом решения и составной частью доказательства, среди изучаемых методов есть и специальные методы построения чертежа. А с другой стороны, в стереометрии возрастает роль общих и внешних методов, таких, как векторный и метод координат. Смысл этих методов также и в том, что с их помощью мы можем компенсировать плохое развитие пространственного воображения.

**Вопросы уровневой дифференциации в содержании.** Программа обучения, учебники и учебные пособия должны давать возможность каждому ученику в полной мере реализовать свой интеллектуальный потенциал. Вопрос, для какого контингента учеников создается программа и пишется учебник, является очень важным, концептуальным. В нашей школе мы встречаем математические учебники попроще и посложнее, одни пишутся для сильных школьников, другие для средних и даже слабых, причем последних (учебников) значительно больше. Наверное, в полной мере отвечать интересам детей с разным уровнем подготовки и интеллектуального развития учебник по математике в принципе не может. И геометрия здесь не является исключением, хотя ее специфика дает возможность сделать «интеллектуальную толщину» учебника достаточно большой. При этом основное содержание должно быть таковым, чтобы обеспечивать достаточно высокий уровень подготовки.

Что касается конкретной реализации идей дифференциации в учебнике, то она идет по двум линиям: теория и задачи. Вначале теоретический курс является единым для всех. Затем в нем появляются разделы, как углубляющие теорию, так и расширяющие ее. Но наиболее полно и ярко принцип дифференциации виден в системе задач. Ведь именно задача является основным инструментом оценки уровня геометрической подготовки.

**Содержание геометрии в классах с углубленным обучением математики.** Одной из реалий сегодня является появление классов, занимающихся по разным программам. Это имеет место на последних этапах среднего образования. Что касается математики, то, по мнению большинства экспертов, она должна развиваться по трем направлениям: общий курс, углубленный курс и курс для гуманитариев. Реальностью сегодня стали классы с углубленным изучением математики. Очевидно, что программа по математическим дисциплинам в этих классах должна отличаться от программ в обычных классах, но вовсе не очевидно, что для этих классов надо создавать полностью автономные учебники. Представляется вполне разумным и возможным вести преподавание

геометрии в этих классах по обычным учебникам, вернее по таким учебникам, в которых реализованы идеи дифференциации. Конечно, без некоторого дополнения к этим учебникам нам не обойтись. В первую очередь это касается задач, но не только. Следует несколько увеличить объем и теоретической части, создав для этого специальные учебные пособия. Набор тем должен учитывать, что выпускники этих классов в подавляющем большинстве продолжают свое образование в вузах, в которых математика является одним из основных или просто основным предметом. Многие студенты уже после нескольких месяцев занятий математикой в институте начинают думать, что геометрия закончилась в школе. Надо обладать достаточно хорошим математическим образованием и культурой, чтобы понимать, что это не так, что идеи элементарной геометрии буквально пронизывают всю математику, обогащают ее. Поэтому надо в классах с углубленным изучением математики рассматривать темы, показывающие связи школьной геометрии с современной наукой. Именно в геометрии такие темы есть, и этим она также отличается от алгебры.

**Геометрия в гуманитарных классах.** Содержание математики в гуманитарных классах вызывает сегодня особенно ярые споры. Одни убеждены, что никакой специальной математики для гуманитариев нет и быть не может и обучаться гуманитарии должны по общей программе. Другие считают, что гуманитарии абсолютно неспособны к математике и им нужна соответствующая упрощенная математика. С последними нельзя согласиться. Однако сегодня мы наблюдаем массовое возникновение классов, в которых не изучается математика (1 ч в неделю нельзя принимать в расчет), в эти классы устремились все неуспевающие по математике, объявив себя гуманитариями. Забавно, что это явление оправдывается с высоких трибун громкими словами о свободе личности, о свободе выбора. Утверждают даже, что ученики старших классов имеют право вообще отказаться от математики. Но на самом деле в этом случае как раз наоборот ограничивается свобода личности, например, свобода выбора профессии. Мало кто может на школьной скамье полностью осознать свои возможности, интересы, тем более предвидеть возможные жизненные коллизии. Не получив же нужного математического образования, выпускник средней школы окажется профессионально непригодным для многих современных специальностей. А если вспомнить, что истинные гуманитарии в большинстве больше «работают» правым полушарием, то отлучение от геометрии может ухудшить и их гуманитарные возможности...

**(Шарыгин Ю.Ф. Математика. 2200 задач по геометрии для школьников и поступающих в вузы. – М.: Дрофа, 1999. С.237-268.)**

## Глава 3. Компетентностный подход в современном образовании

### 3.1 Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования

А.В. Хуторской

Лет двадцать тому назад, в период повсеместного внедрения технических средств обучения, в одном из журналов была помещена карикатура, состоящая из трех рисунков. На первом из них изображен учитель, который объясняет урок своим ученикам. На втором – вместо учителя на столе стоит магнитофон, который ученики слушают. На третьем рисунке магнитофоны стоят уже на партах вместо учеников и записывают то, что звучит из учительского магнитофона<sup>1</sup>.

#### Кризис смысла образования

В этой карикатуре заключен глубокий смысл, связанный не столько с техническими средствами обучения, сколько с *сущностью самого образования*, с пониманием того, что и зачем происходит между учеником и учителем в обучении.

Выяснить сущность – значит задать вопрос о существе. Вслед за Понтием Пилатом, вопрошающим у Христа «Что есть Истина?», мы могли бы набраться смелости и задать вопрос: «Что есть образование?» Передача информации? Передача знаний и опыта? Передача культурных и научных ценностей? И что тогда служит результатом образования? Является ли вообще образование передачей и получением чего-либо?

Задавая подобные вопросы, ощущаешь себя скорее в роли ожидающего распятия Иисуса, чем всемогущего прокуратора, ибо уже сотни раз написано и тысячи раз заучено, что образование – это *передача* опыта, накопленного предшествующими поколениями людей.

Некоторые прогрессивные учителя и ученые могут сказать: нет, уже есть новая, личностная парадигма образования, которая ориентируется на то, чтобы развить ученика, выращивать его способности, а социальный опыт и достижение наук – это так, среда для его образовательного движения по индивидуальной траектории.

Я соглашусь с вами, уважаемые прогрессивные учителя и ученые. Сам неоднократно говорил и писал об этом, и по сей день разрабатываю данное направление. Действительно, есть такая парадигма. Но насколько она проработана, реалистична, в какой степени и в чем реализована? А если не реализована, то почему?

---

<sup>1</sup> С учетом современных достижений в области телекоммуникаций можно было бы продолжить этот карикатурный ряд: теперь ученикам не обязательно приносить свои магнитофоны в класс, можно получать информацию прямо домой, например, по электронной почте.

Ведь даже от сторонников личностного понимания общеобразовательных стандартов можно услышать, что «Минимум содержания образовательных программ» – то то, что школа должна *дать*, а «Требование к уровню подготовки выпускников» – то, что они должны (*«взять»* – как в карикатуре с магнитофонами!) освоить из переданного им школой.

Да и в самих школах, заявляющих личностную ориентацию, действительно ли учитывается уникальность каждого ученика и всем предоставляется возможность индивидуальной образовательной траектории? Имеется ли в распоряжении учителя механизма личностного планирования обучения, одновременного изучения курса всеми, но по-разному, субъективированной оценки образовательных результатов учеников и т.п.?

Отсутствие убедительных ответов на подобные вопросы позволяет констатировать, *с одной стороны, что личностно-ориентированная парадигма образования существует, а с другой – отсутствует ее полноценная реализация* – как в области проектирования образования, так и в школьной практике.

Сложившуюся ситуацию можно считать кризисной (от греч. *krisis* – поворотный пункт), поскольку теория и практика образования находится сегодня *на изломе* между пониманием образования как «передачи опыта» и образовательной парадигмой «выращивания личности».

Попытаемся выяснить особенности этой ситуации, осмыслить лежащие в ее основе проблемы и отыскать подходы к тому, чтобы перевести личностно-ориентированную парадигму образования из доктринального уровня в практический.

Под личностно-ориентированной парадигмой образования мы будем понимать исходную концептуальную схему, модель постановки и решения проблем образования, где признаются уникальная сущность каждого ученика и индивидуальность его образовательной траектории.

### **Личностный смысл образования**

Чтобы реализовать личностный подход при проектировании образования, важно определить его место и роль во всей совокупности подходов к обучению и педагогическим исследованиям. Особый круг проблем возникает при взаимодействии личностного подхода с «неличностными», например, с предметно-ориентированным, социально-ориентированным, и формально-ориентированным.

В чем принципиальное отличие всех этих подходов? Конечно, в предмете главной целевой ориентации, т.е. в том, на что они ориентированы, – на личность ученика, на основу наук, на ЗУНы, на социальный заказ и т.п.

Но отличие не только в этом. Например, знания – умения – навыки – это атрибуты личности ученика, однако ориентация на них может не соответствовать личностно-ориентированному подходу, если ЗУНы не соотносят со смысловыми ориентациями самой личности, а представляют собой, лишь набор формируемых и проверяемых качеств.

Основная функция личностно-ориентированного образования – обеспечивать и отражать *становление системы личностных образовательных смы-*

слов ученика. Технология решения этой задачи предполагает не только формировать ЗУНы, но и выделять и образовательные объекты по отношению, к которым ученик самоопределяется, добывает знания, знакомится с соответствующими культурно-историческими достижениями человечества, а также выявлять и развивать у ученика личностный смысл по отношению к объектам и знаниям о них.

Личностный смысл образования зависит от мотивов, которым руководствуется ученик. А.Н. Леонтьев подчеркивал, что если *значение* – это средство связи человека с реальностью, то *смысл* связывать его с реальностью собственной индивидуальной жизни в этом мире. Личностный смысл по А. Н. Леонтьеву – это значение, опосредованное мотивом. Отсюда следует, что смыслообразующие мотивы образования, влияющие на мировоззрение и жизненные позиции ученика, оказываются действеннее и значимее мотивов-стимулов, побуждающих к конкретным действиям. Другими словами, ЗУНы без реальных объектов, по отношению к которым у ученика проявляется личностный смысл, не обеспечивают личностно-ориентированного образования.

Наши исследования показывают, что процесс поиска и обретения смысла в ходе обучения предполагает следующий этап:

- личностное творчество ученика по отношению к изучаемым объектам, распределенным в соответствии с образовательными областями (образовательная продукция ученика как личностное содержание его образования);

- самосознание личного опыта, знаний и ценностных отношений ученика, обнаружившихся в процессе познания образовательных объектов и общекультурных сведений о них (рефлексивно «снятые» результаты познания и творчества);

- позиция и соответствующая деятельность по отношению к фундаментальным достижениям человечества, связанным с изучаемыми объектами (отношение к общекультурным знаниям и социальному опыту).

Это позволяет ученику преодолеть отчуждение от содержания образования, выделить в нем личностно-значимую основу.

Качества ученика, развиваемые в ходе реализации комплекса перечисленных элементов его образовательной деятельности, мы называем **образовательными компетенциями**. С этим понятием связано, на наш взгляд, одно из направлений выхода из кризиса образования, поскольку компетенции связывают воедино личностный и социальный смысл образования. Введение этого понятия в нормативную и практическую составляющие образования позволяет решать проблему, типичную для российской школы, когда ученики могут хорошо овладеть набором теоретических знаний, но испытывают значительные трудности в деятельности, требующей использования этих знаний для решения конкретных задач или проблемных ситуаций. Образовательная компетенция предполагает, что ученик не усваивает отдельные друг от друга знания и умения, а овладевает комплексной процедурой, в которой для каждого выделенного направления присутствует соответствующая совокупность образовательных компонентов, имеющих личностно-деятельностный характер.

### Содержание понятия «компетенция»

Компетенция в переводе с латинского *competentia* означает круг вопросов, в которых человек хорошо осведомлён, обладает познаниями и опытом. Компетентный в определенной области человек обладает соответствующими знаниями и способностями, позволяющими ему обоснованно судить об этой области и эффективно действовать в ней.

Понятие «компетенция» не ново в отечественных методиках обучения. Например, лингвистические компетенции давно рассматриваются и используются специалистами методики обучения языкам. В языках и информатике говорится о коммуникативных компетенциях. В последние же годы понятие «компетенция» стало все больше выходить на общедидактический, общепедагогический и методологический уровень. Это связано с его системно-практическими функциями и интеграционной метапредметной ролью в общем образовании. Усиленное внимание к этому понятию обусловлено также рекомендациями Совета Европы, относящимися к обновлению образования.

Для России тенденции европейского образования никогда не были безразличны. Но наше образование всегда выбирало «свой путь», связанный со спецификой отечественных традиций и процессов. Не будет исключением и тенденция усиления роли компетенции в образовании. Приведу пример, связанный с отбором ключевых компетенций.

Одна из ключевых компетенций «по-европейски» - компетенция в сфере культурно-досуговой деятельности, предполагающая в частности, освоение способов использования свободного времени. Очевидно, что для российского человека это отнюдь не ключевая информация. Гораздо более значима компетенция в сфере общекультурной, духовной жизни и деятельности. Проблема свободного времени – не причина, а следствие наличия или отсутствия у человека общекультурной компетенции, действительно ключевой и крайне актуальной для современного состояния отечественного образования.

Прежде чем переходить к отбору ключевых компетенций, определимся с дефиницией этого понятия, его родовыми и отличительными признаками.

Чтобы разделить общее и индивидуальное в содержании компетентного образования, мы будем отличать синонимически используемые понятия «компетенция» и «компетентность»:

**Компетенция** – совокупность взаимосвязанных качеств личности (знаний, умений, навыков, способов деятельности), задаваемой по отношению к определенному кругу предметов и процессов и необходимых, чтобы качественно продуктивно действовать по отношению к ним.

**Компетентность** – владение, обладание человеком соответствующей компетенцией, включающей его личностное отношение к ней и предмету деятельности.

Там, где это возможно и необходимо, мы будем разделять эти понятия, имея ввиду под компетенцией наперед заданное требование (норму) к образовательной подготовке ученика, под компетентностью – уже состоявшееся его

личностное качество (совокупность качеств) и минимальный опыт по отношению к деятельности в заданной сфере.

Компетентность ученика предполагает целый спектр его личностных качеств. Как отмечается в «Стратегии модернизации содержания общего образования», «Понятие компетентности включает не только когнитивную и операционально-технологическую составляющие, но и мотивационную, этическую, социальную и поведенческую» (М., ООО «Мир книги», 2001. С.18). Иными словами компетентность всегда лично окрашена качествами конкретного ученика. Таких качеств целый веер – от смысловых и мировоззренческих (например, зачем мне необходима эта компетенция) до рефлексивно-оценочных (насколько успешно я применяю ее в жизни).

Компетентность предполагает *минимальный опыт применения компетенции*. Об этом важно не забывать при формировании проверяемых требований к подготовке ученика, а также при проектировании учебников и учебного процесса. Какие именно ЗУНы, способы деятельности и по отношению к каким предметам деятельности должны применяться учеником? В каких учебных курсах? Как часто? В какой последовательности? В какой связи с другими компетенциями? Ответы на эти вопросы требуют соответствующих исследований.

Мы выделяем следующие **функции компетенции и компетентностей** по отношению к различным аспектам образования.

#### **По отношению к личности ученика:**

- отражают и развивают личностные смыслы ученика в направлении объектов изучаемым им областей реальности;
- характеризуют деятельностный компонент образования ученика, степень его «оспособленности» и практической подготовленности;
- задают минимальный опыт предметной деятельности;
- развивают возможности решать в повседневной жизни реальные проблемы – от бытовых до производственных и социальных;
- многомерны, т.е. охватывают все основные группы развиваемых личностных качеств ученика;
- представляют **собой интегральные характеристики качества** подготовки учащихся;
- в совокупности определяют и отражают функциональную грамотность ученика;

#### **По отношению к ЗУНам:**

- не противостоят ЗУНам, находятся в отдельной плоскости по отношению к ним, имеют с ними сопересечения;
- включают в себя «связки» ЗУНов, объединяемых на определенных основаниях, например, по отношению к конкретным объектам или процессам;
- связаны со способностью осмысленно применять комплекс знаний, умений и способов деятельности по междисциплинарному кругу вопросов;
- обеспечивают овладение комплексной образовательной процедурой имеющей лично-деятельностный характер;

### **По отношению к структуре и содержанию образования:**

- предоставляют возможность конструировать цели, содержание образования (образовательные стандарты) и образовательные технологии в системном виде;
- метапредметны, т.е. через отдельные элементы или целостно присутствуют в различных учебных предметах и образовательных областях;
- многофункциональны, поскольку позволяют ученику решать проблемы из разных сфер жизни;
- формируются средствами содержания образования;

### **По отношению к способам деятельности:**

- позволяют использовать теоретические знания для решения конкретных задач;
- позволяют построить чёткие измерители по проверке успешности их освоения учениками;
- проверяются в процессе выполнения определенного комплекса действий.

Многие из перечисленных функций могли бы присутствовать в определении образовательной компетенции в качестве отличительных признаков. В предлагаемой дефиниции мы ограничимся лишь теми признаками, которые позволяют определить компетенции через минимальный набор других характеристик, традиционно используемых в проектировании и организации образовательной деятельности ученика.

***Образовательная компетенция** – это совокупность взаимосвязанных смысловых ориентаций, знаний, умений, навыков и опытов деятельности ученика, необходимо, чтобы осуществлять лично и социально-значимую продуктивную деятельность по отношению к объектам реальной действительности.*

Следует отличать просто «компетенции» от «образовательной компетенции». Компетенция для ученика это образ его будущего, ориентир для освоения. В период обучения у него формируются те или иные составляющие таких «взрослых» компетенций, и чтобы ему не только готовится к будущему, но и жить в настоящем, он осваивает их с образовательной точки зрения. Образовательные компетенции относятся не ко всем видам деятельности, в которых участвует человек, например, взрослый специалист, а только к тем, которые включены в состав общеобразовательных областей и учебных предметов. Такие компетенции отражают предметно-деятельностную составляющую общего образования и призваны обеспечивать комплексное достижение его целей. К примеру, ученик осваивает компетенцию гражданина, но в полной мере использует её компоненты уже после окончания школы, поэтому во время учёбы эта компетенция фигурирует в качестве образовательной.

Чтобы обеспечить соотносимость компетенции с традиционными образовательными параметрами, раскроем содержание понятия «образовательной компетенции», перечислив ***структурные компоненты компетенции:***

- название;

- *тип в их общей иерархии* (ключевая, общепредметная, предметная);
- *круг реальных объектов действительности*, по отношению к которым вводится компетенция;
- *социально-практическая обусловленность и значимость* (для чего она необходима в социуме);
- *смысловые ориентации* ученика в отношении к объектам, личностная значимость компетенции (в чём и зачем ученику необходимо быть компетентным);
- *знания* о круге реальных объектов;
- *умения и навыки*, относящиеся к этому кругу реальных объектов;
- *способы деятельности* по отношению к ним;
- *минимально необходимый опыт* деятельности ученика в сфере компетенции (по ступеням обучения);
- *индикаторы* – примеры, образцы учебных и контрольно-оценочных заданий по определению степени (уровня) компетентности ученика (по ступеням обучения).

Перечисленный набор устанавливает набор характеристик для проектирования и описания образовательных компетенций в нормативных документах, учебной и методической литературе, а также в соответствующих измерителях общеобразовательной подготовки школьника.

### **Ключевые образовательные компетенции**

Определив понятие образовательной компетенций, следует выяснить их иерархию. В соответствии с разделением содержания образования на общее метапредметное (для всех предметов), межпредметное (для циклов предметов или образовательных областей) и предметное (для каждого учебного предмета), мы предлагаем трехуровневую иерархию компетенции:

- *ключевые* – относятся к общему (метапредметному) содержанию образования;
- *общепредметные* – относятся к определенному кругу учебных предметов и образовательных областей;
- *предметные* – частные по отношению к двум предыдущим уровням компетенции, имеющая конкретное описание и возможность формирования в рамках учебных предметов.

Таким образом, ключевые образовательные компетенции конкретизируются на уровне образовательных областей и учебных предметов для каждой ступени обучения.

Перечень ключевых образовательных компетенций мы определяем на основе главных целей общего образования, структурного представления социального опыта и опыта личности, а также основных видов деятельности ученика, позволяющих ему овладевать социальным опытом, получать навыки жизни и практической деятельности в обществе.

#### **1. Ценностно-смысловая компетенция**

Это компетенция в сфере мировоззрения, связанная с ценностными представлениями ученика, его способность видеть и понимать окружающий мир,

ориентироваться в нём, осознавать свою роль и предназначение, уметь выбирать целевые и смысловые установки для своих действий и поступков, принимать решение. Эта компетенция обеспечивает механизм самоопределения ученика в ситуациях учебной и иной деятельности. От нее зависит индивидуальная образовательная траектория ученика и программа его жизнедеятельности в целом.

**2. Общекультурная компетенция** – круг вопросов, в которых ученик должен быть хорошо осведомлён, обладать познаниями и опытом деятельности. Это особенности национальной и общечеловеческой культуры, духовно-нравственные основы жизни человека и человечества, отдельных народов, культурологические основы семейных, социальных, общественных явлений и традиций, роль науки и религии в жизни человека, их влияние на мир, компетенции в бытовой и культурно-досуговой сфере, например, владение эффективными способами организации свободного времени.

### **3. Учебно-познавательная компетенция**

Это совокупность компетенций ученика в сфере самостоятельной познавательной деятельности, включающей элементы логической, методологической, общеучебной деятельности, соотнесённой с реальными познаваемыми объектами. Сюда входят знания и умения целеполагания, планирования, анализа, рефлексии, самооценки учебно-познавательной деятельности. Ученик овладевает креативными навыками продуктивной деятельности: добыванием знаний непосредственно из реальности, владением приемами действий в нестандартных ситуациях, эвристическими методами решения проблем. В рамках этой компетенции определяются требования соответствующей функциональной грамотности: умение отличать факты от домыслов, владение измерительными навыками, использование вероятностных, статистических и иных методов познания.

### **4. Информационная компетенция**

При помощи реальных объектов (телевизор, магнитофон, телефон, факс, компьютер, принтер, модем, копир) и информационных технологий (аудио- и видеозаписи, электронная почта, СМИ, Интернет), формируются умения самостоятельно искать, анализировать и отбирать необходимую информацию. Организовать, преобразовать, сохранять и передавать её. Эта компетенция обеспечивает навыки деятельности ученика с информацией, содержащейся в учебных предметах и образовательных областях, а также в окружающем мире.

**5. Коммуникативная компетенция** включает знание необходимых языков, способов взаимодействия с окружающими и удалёнными людьми и событиями, навыки работы в группе, владение различными социальными ролями в коллективе. Ученик должен уметь представить себя, написать письмо, анкету, заявление, задать вопрос, вести дискуссию и др. Чтобы освоить эту компетенцию в учебном процессе, фиксируется необходимое и достаточное количество реальных объектов коммуникации и способов работы с ними для ученика каждой ступени обучения в рамках каждого изучаемого предмета или образовательной области.

**6. Социально-трудовая компетенция** означает владение знаниями и опытом в гражданско-общественной деятельности (выполнение роли гражданина, наблюдателя, избирателя, представителя). В социально трудовой сфере (права потребителя, покупателя, клиента, производителя), в области семейных отношений и обязанностей, в вопросах экономики и права, в профессиональном самоопределении. В эту компетенцию входят, например, умение анализировать ситуацию на рынке труда, действовать в соответствии с личной и общественной выгодой, владеть этикой трудовых и гражданских взаимоотношений. Ученик овладевает минимально необходимыми для жизни в современном обществе навыками социальной активности и функциональной грамотности.

**7. Компетенция личностного самосовершенствования** направлена к тому, чтобы осваивать способы физического, духовного и интеллектуального саморазвития, эмоциональную саморегуляцию и самоподдержку. Реальным объектом здесь выступает сам ученик. Он овладевает способами деятельности в собственных интересах и возможностях, что выражается в его непрерывном самопознании, развитии необходимых современному человеку личностных качеств, формировании психологической грамотности, культуры мышления и поведения. К этой компетенции относятся правила личной гигиены, забота о собственном здоровье, половая грамотность, внутренняя экологическая культура. Сюда же входит комплекс качеств, связанных с основами безопасной жизнедеятельности. Мы дали перечень ключевых компетенций в самом в общем виде, он нуждается в детализации по возрастным ступеням обучения, и по учебным предметам и образовательным областям. При разработке образовательных стандартов, программ и учебников по отдельным предметам важно учитывать, что предоставляемое в них содержание образование должно быть комплексным с точки зрения вклада в формировании общих ключевых компетенциях. В каждом учебном предмете (образовательной области) следует определить необходимое и достаточное число *связанных между собой* реальных изучаемых объектов, формируемых при этом знаний, умений, навыков и способов деятельности, составляющих содержание определённых компетенций.

Проектируемое на такой основе образование сможет обеспечивать не только разрозненное предметное, но и целостное *компетентностное образование*. Образовательные компетенции ученика будут играть многофункциональную метапредметную роль, проявляющуюся не только в школе, но и в семье, в кругу друзей, в будущих производственных отношениях.

В ключевых образовательных компетенциях получает концентрированное, взаимосвязанное воплощение следующие компоненты общепредметного (метапредметного) содержания образования:

- реальные объекты изучаемой действительности;
- общекультурные знания об изучаемой действительности;
- общеучебное мнение, навыки, способы деятельности. В 5-м номере журнала мы продолжим изложение ключевых компетенций.

**(Хуторской А.В. Ключевые компетенции как компонент личностно-ориентированной парадигмы образования // Народное образование. 2003. № 2. С.58-64.)**

### **Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования**

И.А. Зимняя

...Анализ работ по проблеме компетенции и компетентности (Н. Хомский, Р. Уайт, Дж. Равен, Н.В. Кузьмина, А.К. Маркова, В.Н. Куницина, Г.Э. Белицкая, Л.И. Берестова, В.И. Байдеико, А.В. Хуторской, Н.А. Гришанова и др.) позволяет условно выделить три этапа становления СВЕ-подхода (образование, основанное на компетенциях: competence-based education – СВЕ) в образовании.

**Первый этап** (1960-1970 гг.) характеризуется введением в научный аппарат категории «компетенция», созданием предпосылок разграничения понятий компетенция/компетентность. С этого времени в русле трансформационной грамматики и теории обучения языкам начинается исследование разных видов языковой компетенции, вводится понятие «коммуникативная компетентность» (Д. Хаймс).

**Второй этап** (1970-1990 гг.) характеризуется использованием категории компетенция/компетентность в теории и практике обучения языку (особенно неродному), а также профессионализму в управлении, руководстве, менеджменте, в обучении общению; разрабатывается содержание понятия «социальные компетенции/компетентности». В работе Дж. Равена «Компетентность в современном обществе», появившейся в Лондоне в 1984 г., дается развернутое толкование компетентности [26]. Это явление «состоит из большого числа компонентов, многие из которых относительно независимы друг от друга... некоторые компоненты относятся скорее к когнитивной сфере, а другие – к эмоциональной... эти компоненты могут заменять друг друга в качестве составляющих эффективного поведения» [там же, с. 253]. При этом, как подчеркивает Дж. Равен, «виды компетентности» суть «мотивированные способности» [там же, с. 258].

Ниже приводится в сокращении список 37 видов компетентностей, по Дж. Равену [там же, с. 281-296]:

- тенденция к более ясному пониманию ценностей и установок по отношению к конкретной цели;
- тенденция контролировать свою деятельность;
- вовлечение эмоций в процесс деятельности;
- готовность и способность обучаться самостоятельно,
- поиск и использование обратной связи;
- уверенность в себе;
- самоконтроль;
- адаптивность: отсутствие чувства беспомощности;
- склонность к размышлениям о будущем: привычка абстрагированию;
- внимание к проблемам, связанным с достижением поставленных целей;

- самостоятельность мышления, оригинальность;
- критическое мышление;
- готовность решать сложные вопросы;
- готовность работать над чем-либо спорным и вызывающим беспокойство;
- исследование окружающей среды для выявления ее возможностей и ресурсов (как материальных, так и человеческих);
- готовность полагаться на субъективные оценки и идти на умеренный риск;
- отсутствие фатализма;
- готовность использовать новые идеи и инновации для достижения цели;
- знание того, как использовать инновации;
- уверенность в благожелательном отношении общества к инновациям;
- установка на взаимный выигрыш и широта перспектив;
- настойчивость;
- использование ресурсов;
- доверие;
- отношение к правилам как указателям желательных способов поведения;
- способность принимать решения;
- персональная ответственность;
- способность к совместной работе ради достижения цели;
- способность побуждать других людей работать сообща ради достижения поставленной цели;
- способность слушать других людей и принимать во внимание то, что они говорят;
- стремление к субъективной оценке личностного потенциала сотрудников;
- готовность разрешать другим людям принимать самостоятельные решения;
- способность разрешать конфликты и смягчать разногласия;
- способность эффективно работать в качестве подчиненного;
- терпимость по отношению к различным стилям жизни окружающих;
- понимание плюралистической политики;
- готовность заниматься организационным и общественным планированием.

Обращает на себя внимание широкая представленность в различных видах компетентности категорий «готовность», «способность», а также фиксация таких психологических качеств, как «ответственность», «уверенность». Последнее сейчас детально изучается в плане компетентности [27].

Исследователи и в мире, и в России начинают не только изучать компетенции, выделяя от 3-х до 37 (Дж. Равен) видов, но и строить обучение, имея в виду их (компетенции) формирование как конечный результат процесса об-

разования (Н.В. Кузьмина, А.К. Маркова, Л.А. Петровская). Для разных деятельностей исследователи выделяют различные виды компетентности. Например, для языковой компетенции/компетентности Совет Европы (1990) выделяет стратегическую, социальную, социолингвистическую, языковую и учебную.

Существенно подчеркнуть, что в России в 1990 г. вышла книга Н.В. Кузьминой «Профессионализм личности преподавателя и мастера производственного обучения», где на материале педагогической деятельности компетентность рассматривается как «свойство личности». Профессионально-педагогическая компетентность, по Н.В. Кузьминой, включает пять элементов или видов компетентности [15, с. 90]. Это:

«1. Специальная и профессиональная компетентность в области преподаваемой дисциплины.

2. Методическая компетентность в области способов формирования знаний, умений учащихся.

3. Социально-психологическая компетентность в области процессов общения.

4. Дифференциально-психологическая компетентность в области мотивов, способностей учащихся.

5. Аутопсихологическая компетентность в области достоинств и недостатков собственной деятельности и личности» [там же, с 90].

Одновременно и в рамках исследований и публикаций в области социальной психологии появляется книга Л.А. Петровской «Компетентность в общении», где не только рассматривается сама коммуникативная компетентность, но и предлагаются конкретные специальные формы тренингов для формирования этого «свойства личности» [25].

**Третий этап** исследования компетентности как научной категории применительно к образованию, который был начат в 90-е годы прошлого века, характеризуется появлением работ А.К. Марковой (1993, 1996), где в общем контексте психологии труда профессиональная компетентность становится предметом специального всестороннего рассмотрения. В структуре профессиональной компетентности учителя А.К. Маркова выделяет четыре блока:

«а) профессиональные (объективно необходимые) психологические и педагогические знания;

б) профессиональные (объективно необходимые) педагогические умения;

в) профессиональные психологические позиции, установки учителя, требуемые от него профессией;

г) личностные особенности, обеспечивающие овладение учителем профессиональными знаниями и умениями» [19; 20, с. 7].

В более поздней работе А.К. Маркова уже выделяет специальную, социальную, личностную и индивидуальные виды профессиональной компетентности [21, с. 34, 35].

В этот же период Л.М. Митиной было продолжено исследование Л.А. Петровской в плане акцента на социально-психологический (конфликтология) и коммуникативный аспекты компетентности учителя. Согласно Л.М. Мити-

ной, понятие «педагогическая компетентность» включает «знания, умения, навыки, а также способы и приемы их реализации в деятельности, общении, развитии (саморазвитии) личности» [22, с. 46]. Соответственно, автор выделяет две подструктуры: деятельностную и коммуникативную. Интерес представляет разработка и собственно социальных компетенций. На материале изучения нового для России периода этого вида профессиональной деятельности - социальной работы автор статьи предлагает три основания ее рассмотрения. «Первое соотносится с собственно личностной характеристикой социального работника. В ней одним из определяющих критериев является соответствие гуманистического потенциала данному роду деятельности. Второе - компетентность социального работника, включающая специальные знаниями умения не только в конкретной области работ (например, образование), но и в тех ее сферах, которые прямо или косвенно с ней связаны (например, семейные отношения). Третьим основанием предлагаемого подхода к общей характеристике социального работника является его умение устанавливать адекватные межличностные и конвенциальные отношения в различных ситуациях общения» [12, с. 13].

Показательно, что в работах этого периода понятие компетентность трактуется по-разному: и как синоним профессионализма, и только как одна из его составляющих.

Отметим здесь большой вклад в разработку проблем компетентности в целом именно отечественных исследователей Н.В. Кузьминой, Л.А. Петровской, А.К. Марковой, Л.М. Митиной, Л.П. Алексеевой, Н.С. Шаблыгиной и др.

Третий этап развития СВЕ-подхода значимо характеризуется тем, что в документах, материалах ЮНЕСКО очерчивается круг компетенции, которые уже должны (!) рассматриваться всеми как желаемый результат образования...

#### КОМПЕТЕНТНОСТНЫЙ ПОДХОД К ОБРАЗОВАНИЮ

В этом широком контексте трактовки компетенции/компетентности в мире продолжается работа по изменению содержания стандартов и процедуры аттестации преподавателей, в частности и прежде всего иностранного языка. В этом же контексте в России в 2001 г. в документе «Стратегии модернизации содержания общего образования» были сформулированы основные положения компетентностного подхода в образовании, узловое понятие которого — компетентность [29]. Было подчеркнуто, что это «понятие шире понятия знания, или умения, или навыка, оно включает их в себя (хотя, разумеется, речь не идет о компетентности как о простой аддитивной сумме знания-умения-навыки. Это понятие несколько иного смыслового ряда). Понятие «компетентность» включает не только когнитивную и операциональную — технологическую составляющие, но и мотивационную, этическую, социальную и поведенческую» [там же, с. 14].

Такое широкое определение понятийного содержания компетентности существенно затрудняет ее измерение и оценку в качестве результата обучения, на что обращают внимание и сами разработчики. Об этом же свидетельствует и приводимое А.В. Хуторским содержание основных ключевых компетенции, в перечень которых входят: ценностно-смысловая, общекультурная, учебно-

познавательная, информационная, коммуникативная, социально-трудовая, личностная компетенция [33, с. 9, 10; см. также 32].

Для того чтобы как-то упорядочить последующую трактовку компетентностей, разработчики «Стратегии модернизации содержания общего образования» предлагают разграничение компетентностей по сферам, полагая, что в структуре ключевых компетентностей должны быть представлены [29, с. 15]:

- ... в сфере самостоятельной познавательной деятельности, основанная на усвоении способов приобретения знаний из различных источников информации, в том числе внешкольных;

- компетентность в сфере гражданско-общественной деятельности (выполнение ролей гражданина, избирателя, потребителя);

- компетентность в сфере социально-трудовой деятельности (в том числе умение анализировать ситуацию на рынке труда, оценивать собственные профессиональные возможности, ориентироваться в нормах и этике взаимоотношений, навыки самоорганизации);

- компетентность в бытовой сфере (включая аспекты собственного здоровья, семейного бытия и проч.);

- компетентность в сфере культурно-досуговой деятельности (включая выбор путей и способов использования свободного времени, культурно и духовно обогащающих личность)».

## КЛЮЧЕВЫЕ КОМПЕТЕНЦИИ И ОБЪЕМ ИХ СОСТАВЛЯЮЩИХ

**...1. Компетенции, относящиеся к самому человеку как личности, субъекту деятельности, общения. Они суть:**

- компетенции здоровьесбережения: знание и соблюдение норм здорового образа жизни, знание опасности курения, алкоголизма, наркомании, СПИДа; знание и соблюдение правил личной гигиены, обихода; физическая культура человека, свобода и ответственность выбора образа жизни;

- компетенции ценностно-смысловой ориентации в мире: ценности бытия, жизни; ценности культуры (живопись, литература, искусство, музыка), науки; производства; истории цивилизаций, собственной страны; религии;

- компетенции интеграции: структурирование знаний, ситуативно-адекватной актуализации знаний, расширения приращения накопленных знаний;

- компетенции гражданственности: знания и соблюдение прав и обязанностей гражданина; свобода и ответственность, уверенность в себе, собственное достоинство, гражданский долг; знание и гордость за символы государства (герб, флаг, гимн);

- компетенции самосовершенствования, саморегулирования, саморазвития, личностной и предметной рефлексии; смысл жизни; профессиональное развитие; языковое и речевое развитие; овладение культурой родного языка, владение иностранным языком.

**2. Компетенции, относящиеся к социальному взаимодействию человека и социальной сферы:**

- компетенции социального взаимодействия: с обществом, общностью, коллективом, семьей, друзьями, партнерами, конфликты и их погашение, сотрудничество, толерантность, уважение и принятие другого (раса, национальность, религия, статус, роль, пол), социальная мобильность;

- компетенции в общении: устном, письменном, диалог, монолог, порождение и восприятие текста; знание и соблюдение традиций, ритуала, этикета; кросс-культурное общение; деловая переписка; делопроизводство, бизнес-язык; иноязычное общение, коммуникативные задачи, уровни воздействия на реципиента.

### **3. Компетенции, относящиеся к деятельности человека:**

- компетенция познавательной деятельности: постановка и решение познавательных задач; нестандартные решения, проблемные ситуации — их создание и разрешение; продуктивное и репродуктивное познание, исследование, интеллектуальная деятельность;

— компетенции деятельности: игра, учение, труд; средства и способы деятельности: планирование, проектирование, моделирование, прогнозирование, исследовательская деятельность, ориентация в разных видах деятельности;

— компетенции информационных технологий: прием, переработка, выдача информации; преобразование информации (чтение, конспектирование), массмедийные, мультимедийные технологии, компьютерная грамотность; владение электронной, Интернет-технологией

Если представить эти компетенции как актуальные компетентности, то очевидно, что последние будут включать такие характеристики, как: а) готовность к проявлению компетентности (т.е. мотивационный аспект), б) владение знанием содержания компетентности (т.е. когнитивный аспект); в) опыт проявления компетентности в разнообразных стандартных и нестандартных ситуациях (т.е. поведенческий аспект); г) отношение к содержанию компетентности и объекту ее приложения (ценностно-смысловой аспект); д) эмоционально-волевая регуляция процесс и результата проявления компетентности...

Предложенное выше рассмотрение компетенции/компетентности в общем плане становления компетентностного подхода к образованию (СВЕ) свидетельствует, как это отмечается всеми исследователями, об очень большой сложности их измерения и оценивания. В то же время существующие решения, сопоставления оценки компетентности с оценкой общей культуры человека, его воспитанности позволяют оптимистически решать эту проблему - проблему, связанную с повышением качества образования в общем контексте его гуманизации и определения новой парадигмы результата образования....

### **ЛИТЕРАТУРА**

1. Алексеева Л.П., Шаблыгина Н.С. Преподавательские кадры: состояние и проблемы профессиональной компетентности. М.: НИИВО, 1994.

2. Байденко В.И., Джерри ван Зантворт. Модернизация профессионального образования: современный этап. Европейский фонд образования. М., 2003.

3. Бездухов В.П., Мишина СЕ, Правдина О.В. Теоретические проблемы становления педагогической компетентности учителя. Самара, 2001.

4. Белицкая Г.Э. социальная компетенция личности // Сознание личности в кризисном обществе. М., 1995.
5. Берестова Л.И. Социально-психологическая компетентность как профессиональная характеристика руководителя: Автореф. дис. на соиск. уч. степени канд. психол. наук. М., 1994.
6. Взаимосвязь общей и профессиональной культуры педагога как фактор повышения педагогической квалификации // Сб. науч. трудов. Санкт-Петербург, 1992.
7. Гейхман Л.К. Интерактивное обучение общению: Автореф. дис. на соиск. уч. степени д-ра пед. наук. Екатеринбург, 2003.
8. Глоссарий терминов рынка труда, разработки стандартов образовательных программ и учебных планов. Европейский фонд образования. ЕФО, 1997.
9. Гришановаз Н.А. Развитие компетентности специальностей как важнейшее направление реформирования профессионального образования. Десятый симпозиум. Квалиметрия в образовании: методология и практика / Под науч. ред. Н.А. Селезневао и А.И. Субетто. Кн. 6. М., 2002.
10. ДелорЖ. Образование: сокровитное сокровище. 11БЕ5СО, 1996.
11. Зеер Э.Ф. Психолого-дидактические конструкты качества профессионального образования //Образование и наука. 2002. № 2(14).
12. Зимняя И.А. Социальная работа как профессиональная деятельность //Социальная работа / Отв. ред. И.А. Зимняя. Вып. 2. М., 1992.
13. Зимняя И.А. Иерархическо-компонентная структура воспитательной деятельности // Воспитательная деятельность как объект анализа и оценивания / Под общ. ред. И.А. Зимней. М., 2003.
14. Концепция модернизации российского образования на период до 2010 года.
15. Кузьмина Н.8. Профессионализм личности преподавателя и мастера производственного обучения. М.. 1990.
16. Кузьмина Н.В. (Головко-Гаршина). Акмеологическая теория повышения качества подготовки специалистов образования. М., 2001.
17. Кун Т. Структура научных революций. М., 1975.
18. Лаудан Л. Наука и ценности//Современная философия науки. Хрестоматия. М., 1994.
19. Маркова А.К. Психологический анализ профессиональной компетентности учителя //Советская педагогика. 1990. №8.
20. Маркова А.К. Психология труда учителя. М., 1993.
21. Маркова А.К. Психология профессионализма. М., 1996.
22. Митина Л.М. Психология профессионального развития. М., 1998.
23. Новиков А.М. Российское образование в новой эпохе. Парадоксы наследия. Векторы развития. М., 2000.
24. Оскарссон В. Базовые навыки как обязательный компонент высококачественного профессионального образования // Оценка качества профессио-

нального образования: Доклад 5 / Под общ. ред. В.И. Байденко, Дж. ван Зантворта. Европейский «фонд подготовки кадров. Проект ДЕЛФИ. М., 2001.

25. Петровская Л.А. Компетентность в общении. М., 1989.

26. Равен Дж. Компетентность в современном обществе. Выявление, развитие и реализация. М., 2002. (англ. 1984).

27. Ромек В.Г. Уверенность в себе: этический аспект // Журнал практического психолога. 1999. № 9.

28. Семушина Л. Г., Кагерманьян В.С, Жукова Е.С, Иванова, Л.Н., Карпнюк Г.А., Леонтьев М.Ф. и др. Разработка методики контроля готовности к профессиональной деятельности студентов средних специальных учебных заведений. М., 2001.

29. Стратегия модернизации содержания общего образования. Материалы для разработки документов по обновлению общего образования. М., 2001.

30. Татур Ю.Г. Образовательная система России. М.: Высшая школа, 1999.

31. Хомский Н. Аспекты теории синтаксиса. М., 1972 (англ. 1965).

32. Хуторской А.В. (редактор-составитель). Общепредметное содержание образовательных стандартов. Проект «Стандарт общего образования». М., 2002.

33. Хуторской А.В. Ключевые компетенции и образовательные стандарты: Доклад на отделении философии образования и теории педагогики РАО 23 апреля 2002. Центр «Эйдос» [www.eidos.ru/news/compet/htm](http://www.eidos.ru/news/compet/htm).

**(Зимняя И.А. Ключевые компетенции – новая парадигма результата образования // Высшее образование сегодня. 2003. № 5. С.34-42.)**

## **Глава 4. Элективные курсы**

### **4.1 Информационное письмо об элективных курсах в системе профильного обучения на старшей ступени общего образования**

Методическое письмо Министерства образования РФ № 14-51-277/13 от 13.11.2003 (Документы № 102 /ПС №11 от 10 февраля 2004)

#### Элективные курсы в профильном обучении

**Элективные курсы** (курсы по выбору) играют важную роль в системе профильного обучения на старшей ступени школы. В отличие от факультативных курсов, существующих ныне в школе, элективные курсы – обязательны для старшеклассников.

В соответствии с одобренной Минобразованием России «Концепцией профильного обучения на старшей ступени общего образования» дифференциация содержания обучения в старших классах осуществляется на основе различных сочетаний курсов трех типов: базовых, профильных, элективных. Каждый из курсов этих трех типов вносит свой вклад в решение задач профильного обучения. Однако можно выделить круг задач, приоритетных для курсов каждого типа.

**Базовые общеобразовательные курсы** отражают обязательную для всех школьников инвариативную часть образования и направлены на завершение общеобразовательной подготовки обучающихся. **Профильные курсы** обеспечивают углубленное изучение отдельных предметов и ориентированы, в первую очередь, на подготовку выпускников школы к последующему профессиональному образованию. **Элективные** же курсы связаны, прежде всего, с удовлетворением индивидуальных образовательных интересов, потребностей и склонностей каждого школьника. Именно они по существу и являются важнейшим средством построения индивидуальных образовательных программ, т.к. в наибольшей степени связаны с выбором каждым школьником содержания образования в зависимости от его интересов, способностей, последующих жизненных планов. Элективные курсы как бы «компенсируют» во многом достаточно ограниченные возможности базовых и профильных курсов в удовлетворении разнообразных образовательных потребностей старшеклассников.

Эта роль элективных курсов в системе профильного обучения определяет широкий спектр их функций и задач.

По назначению можно выделить **несколько типов элективных курсов**. Одни из них могут являться как бы «надстройкой» профильных курсов и обеспечить для наиболее способных школьников повышенный уровень изучения того или иного учебного предмета. Другие элективы должны обеспечить межпредметные связи и дать возможность изучать смежные учебные предметы на профильном уровне. Примером таких элективных курсов могут служить курсы: «Математическая статистика» для школьников, выбравших экономический профиль, «Компьютерная графика» для индустриально-технологического профиля или «История искусств» для гуманитарного профиля. Третий тип элективных курсов поможет школьнику, обучающемуся в профильном классе, где один из учебных предметов изучается на базовом уровне, подготовиться к сдаче ЕГЭ по этому предмету на повышенном уровне. Еще один тип элективных курсов может быть ориентирован на приобретение школьниками образовательных результатов для успешного продвижения на рынке труда. Примером подобных курсов могут служить курсы «Делопроизводство» или «Деловой английский язык», курсы по подготовке к работе в сфере обслуживания и т.д. Наконец, познавательные интересы многих старшеклассников часто могут выходить за рамки традиционных школьных предметов, распространяться на области деятельности человека вне круга выбранного ими профиля обучения. Это определяет появление в старших классах элективных курсов, носящих **«внепредметный»** или **«надпредметный»** характер. Примером подобных курсов могут служить элективы типа «Основы рационального питания» или «Подготовка автолюбителя».

Оценивая возможность и педагогическую целесообразность введения тех или иных элективных курсов следует помнить и о таких важных их задачах, как формирование при их изучении умений и способов деятельности для решения практически важных задач, продолжение профориентационной работы,

осознание возможностей и способов реализации выбранного жизненного пути и т.д.

Элективные курсы реализуются в школе за счет времени, отводимого на компонент образовательного учреждения.

Вводя в школьное образование элективные курсы необходимо учитывать, что речь идет не только об их программах и учебных пособиях, но и о всей методической системе обучения этим курсам в целом. Ведь профильное обучение – это не только дифференцирование содержания образования, но, как правило, и по-другому построенный учебный процесс.

Именно поэтому в примерных учебных планах отдельных профилей в рамках времени, отводимого на элективные курсы, предусмотрены часы в 10-11 классах на организацию учебных практик, проектов, исследовательской деятельности. Эти формы обучения, наряду с развитием самостоятельной учебной деятельности обучающихся, применением новых методов обучения (например, дистанционного обучения, учебных деловых игр и т.д.), станут важным фактором успешного проведения занятий по элективным курсам.

Предлагаемая организация обучения обуславливает необходимость разделения класса, как минимум, на две подгруппы.

Элективные курсы как наиболее дифференцированная, вариативная часть школьного образования потребует новых решений в их организации. Широкий спектр и разнообразный характер элективов может поставить отдельную школу в затруднительное положение, определяемое нехваткой педагогических кадров, отсутствием соответствующего учебно-методического обеспечения. В этих случаях особую роль приобретают сетевые формы взаимодействия образовательных учреждений. Сетевые формы предусматривают объединение, кооперацию образовательного потенциала нескольких образовательных учреждений, включая учреждения начального, среднего, высшего профессионального и дополнительного образования.

Особую роль в успешном внедрении элективных курсов сыграет подготовка учебной литературы по этим курсам.

Опыт ряда регионов, участвующих в эксперименте по профильному обучению, показывает, что в институтах повышения квалификации, педагогических вузах, в школах на местах создаются собственные варианты элективных курсов. Многие из них представляют интерес и заслуживают поддержки. В этой связи можно рекомендовать региональным и муниципальным органам управления образованием создавать банки данных по элективным курсам, организовать информационную поддержку и обмен опытом введения элективных курсов.

Общеобразовательное учреждение принимает решение и несет ответственность за содержание и проведение элективных курсов в порядке, определенном учредителем.

Создание элективных курсов – важнейшая часть обеспечения введения профильного обучения. Поэтому их разработка и внедрение должны стать частью Региональных программ перехода к профильному обучению.

Опыт создания и внедрения элективных курсов, вопросы учебно-методического обеспечения элективов будет широко освещаться в педагогической печати, прежде всего, в учрежденном Минобразованием России и Российской академией образования, журнале «Профильная школа». Руководитель Департамента А.В. Баранников

**(Методическое письмо. Элективные курсы в профильном обучении // Первое сентября. 2004. № 11.)**

## **4.2 . Теоретические основы разработки учебных программ элективных курсов**

### ***1. Концепция содержания элективных курсов***

Одной из главных задач профильной школы является формирование способности действовать самостоятельно – анализировать фактический материал, ставить собственные вопросы и пробовать давать на них свои ответы. Но поскольку профильные предметы нагружены материалом, который нужно изучить, необходимо учебное пространство относительно детской самостоятельности – место, где есть возможность обсудить, высказать собственное мнение, остановиться или вернуться назад. Это место и есть пространство элективных курсов. Они поддерживают профильные курсы, но, в идеале, не добавляя, не увеличивая объема содержания, а давая новый взгляд на это содержание, помогая делать содержание профильных курсов «своими».

Элективные курсы могут быть построены на разных основаниях:

- *по содержанию* – оно может быть предельно широким или «точечным» (например, «Метод координат» или «Метод координат для решения геометрических задач»; «История техники» или «Компьютерная техника и технологии»);
- *по типу работы*, которая может быть организована в процессе их изучения, - от дублирующих привычные методы обучения до совершенно нетрадиционных.

*Дидактическое назначение* различных видов элективных курсов.

Элективные курсы позволяют поддерживать изучение основных профильных предметов на заданном профильном стандартном уровне или служат для внутрiproфильной специализации обучения и построения индивидуальных образовательных траекторий (первое полугодие – предметно-ориентированные, межпредметные).

Анализ некоторых программ элективных курсов показывает, что в основном их содержание реализует межпредметные связи школьных дисциплин: математики и физики, геометрии и истории, обществознания и права.

Особый вид – ориентация на развитие профессионального самоопределения личности (например, «Я и моя профессиональная карьера» в форме психологических тренингов, деловых игр).

### ***2. Критерии отбора содержания элективных курсов***

...Совершенно очевидно, что содержание и структура школьных дисциплин и курсов должны соответствовать целям образования. В соответствии с целями и задачами профильного обучения элективные курсы (обязательные курсы по выбору учащихся) должны выполнять различные функции :

- изучение ключевых проблем современности;
- ориентация в особенностях будущей профессиональной деятельности, «профессиональная проба»;
- ориентация на совершенствование навыков познавательной, организационной деятельности;
- дополнение и углубление базового предметного образования;
- компенсация недостатков обучения по профильным предметам;
- психологические тренинги.

Для всех профилей обучения установлен также инвариантный компонент содержания образования, который определяет общие цели образования, зафиксированные в стандартах. Вариативный же компонент содержания образования определяется специфическими целями профильного обучения, такими как:

- развитие специальных способностей и потребностей учащихся с учетом их индивидуально-типологических особенностей;
- формирование образовательной среды, способствующей удовлетворению познавательных интересов учащихся, усилению мотивации обучения и как следствие – повышению успеваемости;
- воспитание определенных качеств личности, позволяющих осуществить процесс самоопределения и самореализации при ориентации на выбор определенной сферы деятельности.

Таким образом, содержательное наполнение инвариантного и вариативного компонентов содержания образования для профильных классов имеет свою специфику в отличие от общеобразовательных классов и обусловлено потребностями общества и личности, общими и специфическими целями обучения. Так, если одной из общих целей обучения математике является овладение комплексом математических знаний, умений и навыков, необходимых для изучения на современном уровне школьных предметов естественно-научного и гуманитарного циклов, то одной из специфических целей обучения математике может быть – формирование представления о математике как теоретической базе создания произведений изобразительного искусства (художественно-эстетический профиль).

В состав основного блока учебного предмета входят следующие компоненты: научные знания, способы деятельности, эмоционально-ценностные отношения личности, опыт творческой деятельности. Их роль определяется как преобладающим компонентом учебного предмета, так и индивидуально-типологическими особенностями школьников, обучающихся в профильных классах. Так математику относят к группе предметов с ведущим компонентом «способы деятельности» (абстрагирование, установление закономерностей, способность к восприятию логических схем и др.) [2, 9]. Для классов биолого-химического профиля существенное значение приобретает также компонент

«научные знания», т.е. «знания о мире» включенные в этот предмет, а для классов гуманитарного профиля необходимо усилить компонент «эмоционально-ценностные отношения личности». Таким образом, в содержании учебного предмета роль и глубина раскрытия основных компонентов содержания образования зависят от компонентов, являющихся ведущими в профилирующих дисциплинах.

При планировании занятий по элективным курсам темы занятий возможно определять таким образом, чтобы они отвечали на вопрос о том, чему ученики смогут научиться, а не о том, что ученики нового узнают на занятии. Это в первую очередь определяется деятельностным подходом в обучении, а также требованием приобретения опыта исследовательской и творческой деятельности.

Основываясь на известных принципах отбора содержания (соответствия уровню современной науки, учета единства содержательной и процессуальной сторон обучения, структурного единства содержания в соответствии с личностным развитием и становлением школьника), можно обозначить еще и такой подход к отбору содержания элективных курсов как деятельностно-прагматический [7]. Цель такого подхода – предоставить школьнику набор прикладных знаний и умений, обеспечивающий минимальный культурно-мировоззренческий уровень и помогающий реализовать себя в определенной профессиональной области. К сожалению, в школе уделяется много внимания фактам и методам, не имеющим серьезного теоретического и практического значения (тригонометрические уравнения, некоторые свойства прогрессий и др.). Потребность в использовании заданий прикладного и практического характера определяется тем, что возникновение, формирование и развитие многих понятий связано с человеческими ощущениями и восприятиями, а также и тем, что в познавательной деятельности учащегося имеет место тесная связь логических процессов мышления и чувственных восприятий. Поэтому обращение к примерам из жизни, окружающей обстановки и т.п. облегчает учителю возможность организовать активную учебную деятельность учащихся и способствует более глубокому усвоению теоретических положений, формированию умения применять предметные знания на практике. Отбор содержания элективных курсов целесообразно осуществлять по следующим **критериям**:

- целостное отражение основных компонентов социального опыта, перспектив его развития, задач всестороннего развития личности (должны войти знания о природе, обществе, технике и т.п.; овладение способами деятельности по образцам; усвоение опыта творческой деятельности и формирование эмоционально-ценностных отношений, имеющих решающее значение для перехода знаний в убеждения);

- выделение главного и существенного в содержании образования, высокой значимости изучаемого, т.е. отбора наиболее универсальных, необходимых элементов;

- соответствие возрастным возможностям учеников;

- соответствие выделенному на изучение данного предмета времени;

- учет отечественного и международного опыта формирования содержания учебных программ;
- соответствие содержания учебно-материальному и методическому оснащению школы с учетом реальных перспектив развития.

Основное содержание школьного образования по каждому предмету отражается в ряде нормативных документов, учебниках, учебных планах и программах, методических пособиях. При отборе содержания элективного курса следует выяснить взаимосвязь предметного содержания элективного курса с содержанием базовых и профильных курсов с компетентностной, научной и профессиональной точек зрения. Цель современного обучения отражает социальный заказ на новое качество знаний и умений, а реализация компетентностного подхода требует пересмотра содержания образования и поиска новых технологий образования. Поэтому при отборе содержания элективного курса, а также при выстраивании системы таких курсов необходимо ответить на вопросы: какие факты, понятия, представления, идеи, принципы, ценности, умения и навыки, методы и виды деятельности предлагаются для усвоения учащимся; каким образом данное содержание будет способствовать внутрипрофильной специализации обучения и формированию профильных умений и навыков; для каких областей деятельности (профессий) полезны формируемые умения и навыки; какие разделы и из каких школьных курсов должны быть освоены учащимися предварительно, перед началом изучения элективного курса?

### **3. Критерии качества программ элективных курсов**

Элективные курсы изучаются за счет школьно-регионального компонента. Предполагается, что доля компонента образовательного учреждения составит в 10-11-х классах 12 часов за два года. Из этого числа часов примерно треть отводится на учебную практику, проектную и исследовательскую деятельность учащихся.

Элективные курсы, предлагаемые на выбор учащихся, должны учитывать не только направления профильного обучения в школе и возможности педагогов, но и интересы учащихся и их родителей, спрос на рынке труда, развитие и применение интеллектуальных и коммуникативных способностей. Поэтому одной из административных задач профильной школы является обеспечение достаточного спектра элективных курсов и исследовательских, творческих проектов для старшеклассников. Для примера приведем список курсов для школы с математическим (с профильными предметами математика и информатика) и естественнонаучным (с профильными предметами химия, биология) профилями: «Графический метод в решении задач», «Практическая логика», «Физика в нашей жизни», «Математические основы информатики», «Практическая химия», «Органическая химия в тестах», «Занимательная стилистика», «Эффективное поведение в конфликте». Набор элективных курсов должен позволять реализовывать разные интересы учащихся:

- подготовка к сдаче экзамена по предмету на повышенном уровне («Графический метод»);
- профессиональная проба («Практическая химия»);

- дополнение и углубление базового предметного содержания («Физика в жизни»);

- ориентация на совершенствование навыков познавательной и организационной деятельности («Познай себя», «Эффективное поведение в конфликте»);

- организация самостоятельного исследовательского проекта как связанного с его будущей профессиональной деятельностью (например, «Методы обработки экспериментальных данных по биологии»), так и направленные на совершенствование личностных качеств («Самооценка и профессиональная карьера»). Причем элективные курсы по русскому и иностранному языку могут быть востребованы в любых профилях, если они обеспечивают практическое владение языком. В набор элективных курсов желательно включать такие, которые отличаются целевой направленностью (например, дополнительное изучение иностранного языка в математическом профиле для поступления в Высшую школу экономики, где сдается экзамен по иностранному языку в виде теста). Это позволит полнее учесть запросы разных групп учащихся. Так же возможен спрос на элективный курс по литературе – со стороны тех учащихся, которые интересуются литературой, но не собираются получать филологическое образование в профессиональных учебных заведениях. Психологические тренинги рассчитаны на поддержку и развитие навыков анализа собственного поведения в различных ситуациях (ситуации выбора), в том числе и на разрешение внутриличностных противоречий. Такие тренинги в основном предлагаются учащимся, чей профиль связан с гуманитарным и управленческими направлениями. Однако он может быть востребован и учащимися других профилей как возможность для повышения компетентности в сфере построения отношений.

Планируемые формы и средства обучения на элективных курсах в первую очередь направлены на приобретение опыта деятельности в какой-либо профессиональной сфере (например, математической или биологической): построение и исследование математических моделей; организация эксперимента по биологии; анализ и представление результатов наблюдения за организмами и т.п. Поэтому **оценивание системы элективных курсов** проводится по следующим направлениям:

- оценивать не отдельный элективный курс, а их систему (каким образом каждый элективный курс способствует достижению цели профильного обучения в данном учебном заведении);

- представленность разных типов элективных курсов и их ориентация на разные профили и на формирование практических навыков (в системе представлены курсы с различными функциями);

- сбалансированность курсов (примерное соотношение разных типов курсов);

- логическая взаимосвязь курсов (на уровне содержания – формирование целостного представления о данном направлении профессиональной деятельности; методов обучения – формирование готовности самостоятельно приобре-

тать и использовать знаний из профильной области необходимые для профессионального самоопределения и самореализации);

- соответствие целям программы развития школы (концепции профильного обучения);

- наличие психологических практикумов.

#### **4. Структура программы элективного курса**

Во многих школах Российской Федерации идет реализация профильного обучения (в экспериментальном или проектном режиме), однако несформированность определенных требований к разработкам программ профильных курсов, а особенно программам элективных курсов, тормозит начатые преобразования. Учителя вынуждены проводить традиционные факультативные курсы (которые реализуют только часть задач профильного обучения) либо разрабатывать свои курсы, не имея достаточных представлений о специфике содержания, а также не имея опыта составления качественных программ. Как правило, учителя ограничиваются перечислением основных теоретических и прикладных вопросов, подлежащих усвоению, и количеством часов, отведенных на их изучение. Это важная часть любой программы, но не отражает назначение и специфику данного содержания, а потому при знакомстве с такой программой (ученик, родитель, директор, другой учитель) не получит полного представления об актуальности данного курса, о необходимости его изучения для продолжения образования. Поэтому программа элективного курса как и любая программа должна иметь **следующую структуру**:

а) пояснительная записка (цель, задачи, категория учащихся, объем часов, логика построения содержания, взаимосвязь с базовыми курсами, планируемые результаты, развивающий и воспитательный аспект, конструктивность и диагностичность, формируемые умения и навыки);

б) содержание программы;

в) тематический план (особенности);

г) рекомендации по организации занятий;

д) результаты изучения курса;

е) формы контроля уровня достижений учащихся и критерии оценки;

ж) список литературы основной и дополнительной для учащихся и методической для учителя.

*Оценка программы элективного курса* может осуществляться по следующим критериям:

1) выполнение общих критериев к отбору содержания учебного материала;

2) соответствие требованиям структуре учебной программы;

3) специальные критерии:

- отражение актуальности предлагаемого содержания и методов работы для формирования социального самоопределения выпускника (для обеспечения качества образования учащихся – расширение и углубление знаний и способов деятельности по предмету, профориентация, развитие профессионального самоопределения личности);

- обеспечение новизны содержания образования за счет выделения специальных системообразующих связей (разработка нового содержания, компиляция известного материала, построение системы, имеющей определенное дидактическое назначение);
- обеспечение теоретической (приобретение учащимися новых знаний) или практической значимости (овладение новыми способами деятельности);
- обеспечение логической завершенности изучаемого содержания и формируемых способов деятельности;
- обеспечение доступности содержания и форм работы с ним для учащихся данной возрастной категории;
- научность;
- соответствие целей, задач, результатов обучения содержанию программы;
- литературное (лингвистическое) оформление...

### **Рекомендуемые критерии оценки программ элективных курсов**

1.1. Соответствие целей и задач образовательным стандартам, операциональность их постановки с учетом специфики образования в данном профиле (1-2 б.)

1.2. Основная функция элективных курсов: изучение ключевых проблем современности; ориентация в особенностях будущей профессиональной деятельности, «профессиональная проба»;

ориентация на совершенствование навыков познавательной, организационной деятельности; дополнение и углубление базового предметного образования; компенсация недостатков обучения по профильным предметам. (Каждая из указанных функций может быть ведущей, но в целом элективные курсы должны выполнять их комплексно) (1-2 б.)

2.1. основные компоненты содержания: обозначена суть содержания теоретических и практических занятий, доля самостоятельной работы учащихся (отмечено каким образом данное содержание способствует формированию профессиональных умений и навыков, для каких профессий (перечислены понятия, умения и способы деятельности (1 б.), еще указаны профессиональные умения (2б.), еще разработаны дидактические материалы (3б.)

3.1 методы и формы обучения: предусматриваются ли методы поискового и исследовательского характера (указано в какой форме (1 б.), перечислены виды работ, темы (2 б.)

3.2 происходит ли включение учащихся в теоретически обоснованную практическую деятельность, соответствующую профилю обучения, усиление прикладной направленности обучения (указаны виды практических работ, прикладных заданий (2 б.)

4.1. подробное тематическое планирование (указаны темы, формы занятий, количество часов (1 б.), также обозначены темы самостоятельных и исследовательских работ, экскурсии, проекты (+ 2 б.);

5.1. результаты изучения курса: указаны ЗУН («должен знать», «иметь представление», «приобрести опыт» или в терминах компетентностей), опыт, необходимые для построения индивидуальной образовательной траектории в школе будут получены (1б.);

виды деятельности, которые осваиваются учащимися (2 б.);

6.1 формы контроля уровня достижений учащихся и критерии оценок: описаны формы промежуточного и итогового контроля (1 б.), еще описаны критерии оценки (2 б.), еще их согласованность с требованиями контрольно-измерительных материалов ЕГЭ по базовым предметам (3 б.);

7.1. обучающие материалы: литература для учителя и учащихся (1б.), еще электронные издания, Интернет-ресурсы (+2 б.), разработанные дидактические материалы (+3 б.).

#### Список литературы

1. Вайсбурд М.Л. Профилирование и стандарт //Профильная школа, 2004. № 2.

2. Воронина Г.А. Подходы к отбору содержания естественно-научного образования для профильных классов //Профильная школа, 2004. № 5.

3. Гоман И.Г. Учебно-исследовательская работа в школе – условие развития познавательной активности школьников //Исследовательская работа школьников, 2003. № 3.

4. Дорофеев Г.В., Кузнецова Л.В., Седова Е.А. Профилированная школа в концепции школьного математического образования //Профильная школа, 2004. № 1.

5. Ермаков Д.С., Рыбкина Т.И. Элективные курсы: требования к разработке и оценка результатов обучения //Профильная школа, 2004. № 3.

6. Журин А.А. Использование Интернет-ресурсов для информационно-справочного обеспечения профильных курсов //Профильная школа, 2004. № 1.

7. Загвязинский В.И. Теория обучения: Современная интерпретация. М., 2001.

8. Звавич Л.И. Элективные курсы образовательной области «Математика» //Профильная школа, 2004. № 5.

9. Зорина Л.Я. Программа – учебник – учитель. М., 1989. (Новое в жизни, науке, технике. Сер. «Педагогика и психология» № 1).

10. Клёнова Н. как подготовить школу к профильному обучению // Народное образование, 2003. № 7.

11. Колягин Ю.М., Ткачева М.Ф., Федорова Н.Е. Профильная дифференциация обучения математике //Математика в школе, 1990. № 4.

12. Кузнецов А.А. Элективные курсы по информатике //Профильная школа, 2004. № 1.

13. Лебедев О.Е. Элективные курсы образовательной области «Филология» //Профильная школа, 2004. № 4.

14. Лернер П.С. Роль элективных курсов в профильном обучении //Профильная школа, 2004. № 3.

15. Методическое письмо о проведении элективных курсов //Профильная школа, 2003. № 3.
16. Милославский И.Г. Русский язык для говорения и письма //Профильная школа, 2004. № 4.
17. Митрофанов К.Г., Поливанова К.Н. Элективные курсы образовательной области «Обществознание» //Профильная школа, 2004. № 6.
18. Пентин А.Ю. Концепция курса «Естествознание» для 10-11-х классов гуманитарных профилей //Профильная школа, 2003. № 3.
19. Пичугина Г.В. Компетентностный подход к разработке стандартов технологической подготовки школьников и его реализация в учебном процессе //Профильная школа, 2004. № 2.
20. Профильное обучение: Эксперимент: совершенствование структуры и содержания общего образования /Под ред. А.Ф.Киселева. М., 2001.
21. Рекомендации по организации профильного обучения на основе индивидуальных учебных планов обучающихся //Профильная школа, 2004. № 4.
22. Рыжаков М.В., Кузнецов А.А. О разработке концептуальных основ федерального компонента государственных образовательных стандартов общего образования второго поколения //Профильная школа, 2005. № 2.
23. Рягин С.Н. Проектирование содержания профильного обучения в старшей школе //Школьные технологии, 2003. № 2.
24. Сергеев И.С. Как организовать проектную деятельность учащихся: Практическое пособие для работников общеобразовательных учреждений. М., 2003.
25. Соколова О.В., Рябинина Л.А. Практическая стилистика //Профильная школа, 2004. № 4.
26. Стефанова Н.Л. Математика в архитектуре //Профильная школа, 2004. № 5.
27. Филатова Л.О. Метод учебных проектов в старших классах как фактор развития преемственности образования в школе и вузе // Стандарты и мониторинг, 2005. № 3.
28. Хасан Б.И., Сергоманов П.А., Привалихина Т.И. Эффективное поведение в конфликте //Профильная школа, 2004. № 6.
29. Чистякова С.Н. Проблемы и риски самоопределения старшеклассников в выборе профиля обучения //Профильная школа, 2004. № 5.

### **4.3 Элективный курс**

#### **МАТЕМАТИКА В АРХИТЕКТУРЕ**

*Н.Л. Стефанова, д-р пед. наук, профессор,*

Курс «Математика в архитектуре» является элективным (курсом по выбору учащихся). Он создан для реализации в классах гуманитарного профиля, учащиеся которых ориентированы на углубленное изучение истории, литературы, языков, искусства и других областей гуманитарного знания. При этом абсолютное большинство учащихся имеют крайне низкий уровень интереса и мотивации

к изучению математики. Поэтому главным основанием для создания «математического» элективного курса для гуманитариев было желание изменить отношение этих учащихся к математике.

Ведущий подход, который был использован при разработке курса, можно выразить в таком лозунге — «С математикой — к ученику посредством раскрытия ее с неожиданной стороны». В качестве ракурса показа математики с неожиданной стороны был избран вопрос о проникновении математики в искусство.

Во-первых, учащимся может показаться парадоксальным связывать эти столь далекие области знаний, и уже это несоответствие может разбудить интерес. Во-вторых, разговор об искусстве (точнее, об одном из его наиболее доступных видов), скорее всего, лежит в русле их познавательных интересов. В-третьих, содержание курса, которое видно из названия, вызовет желание расширить свой общий кругозор.

Приведенное в самых общих словах описание авторского замысла очень важно понять учителю математики, который возьмется за реализацию столь необычного для него курса.

### **Пояснительная записка**

Предлагаемый элективный курс предназначен для реализации в старших классах школ гуманитарного профиля. Именно поэтому в нем математика подается как элемент общей культуры человечества, который является теоретической основой искусства (на примере архитектурного искусства), а также элемент общей культуры от-

дельного человека, который хотел бы, например, понять внутренние законы гармонии и красоты. При этом курс рассчитан на базовый уровень владения весьма ограниченным математическим содержанием (различные геометрические фигуры, симметрия, простейшие алгебраические преобразования и правила выполнения арифметических действий). С другой стороны, он предполагает наличие самых общих представлений из области архитектуры.

*Цель курса* состоит в формировании представления о математике как теоретической базе создания произведений архитектурного искусства.

Конкретные *задачи курса* состоят в следующем:

- расширить представления учащихся о сферах применения математики (не только в естественных науках, но и в такой области гуманитарной сферы деятельности, как искусство);
- убедить в практической необходимости владения способами выполнения математических действий (на примере отдельных компонентов процесса проектирования сооружений);
- расширить сферу математических знаний учащихся (пространственные фигуры, виды симметрии, аналитическое и геометрическое представление о золотой пропорции);
- расширить общекультурный кругозор учащихся посредством знакомства их с лучшими образцами произведений архитектуры;

- сформировать представления учащихся об объективности математических отношений, проявляющихся в архитектуре как в одной из форм отражения реальной действительности.

Решение выделенных задач станет дополнительным фактором формирования положительной мотивации в изучении математики, а также понимания учащимися философского постулата о единстве мира и осознания положения об универсальности математических знаний.

Предлагаемый элективный курс соответствует:

- современным целям общего образования;
- основным положениям концепции профильной школы;
- перспективным целям математического образования в школе гуманитарного профиля.

Доминантной формой учения является поисково-исследовательская деятельность, которая представляется основной формой и средством как убеждения учащихся в справедливости определенных суждений, связанных с использованием математики в архитектуре, так и получения новых фактов.

На изучение курса целесообразно отвести 28 аудиторных (академических) часов, распределив аудиторную нагрузку по темам следующим образом:

1. Сущность архитектуры как отрасли инженерных знаний и искусства. Роль математики в архитектуре – 6 ч.

2. Геометрические фигуры в архитектурных сооружениях: разнообразие, назначение – 6 ч.

3. Различные виды симметрии в архитектуре – 4 ч.

4. Пропорциональность – математическая основа архитектурной композиции – 10 ч.

5. Защита проектов, подготовленных учащимися, – 2 ч.

Учащиеся в ходе освоения данного элективного курса имеют возможность познакомиться с научно-популярной литературой по проблеме взаимосвязи математики и архитектуры; провести самостоятельный поиск информации, необходимой для подтверждения или опровержения фактов; получить дополнительную информацию из материалов, которые либо входят в учебное пособие к курсу (справочные материалы), либо могут рассматриваться как сопровождающие курс (художественные альбомы, видеоматериалы, информация Интернета); провести небольшое самостоятельное исследование (индивидуально или в группе).

Средствами для осуществления этой работы являются задания для учащихся, которые предлагаются в учебном пособии, а также тематика исследовательских проектов на выбор учащихся (под общим девизом – «Математические секреты архитектурных сооружений»).

Каждый исследовательский проект может состоять в изучении конкретного архитектурного сооружения или ансамбля с точки зрения различных математических моделей (геометрических, арифметических), которые использовались при его создании.

Главная цель работы учащихся над проектом – осознание действительного использования элементов математического знания при проектировании архитектурных памятников и современных сооружений, а также понимание связи их эстетических качеств с использованием определенных математических закономерностей, которые рассматривались в данном курсе.

Достижение этой цели возможно только в ходе самостоятельной деятельности учащихся по выполнению избранного ими проекта.

При рассмотрении избранного учащимися для исследования сооружения или ансамбля целесообразно изучить следующие вопросы:

- Определение архитектурного стиля, к которому принадлежит произведение архитектуры.
- Использование различных (каких?) геометрических форм при создании архитектурного проекта.
- Использование различных видов симметрии в рассматриваемом сооружении.
- Числовые закономерности в размерах сооружения и его частей.
- Необязательным, но возможным является установление материалов, из которых выполнено сооружение, а также проведение некоторых расчетов, которые определяют его прочность.

При этом учащимся предстоит осуществить:

- поиск необходимой информации, связанной с сугубо архитектурными характеристиками избранного сооружения, особенностей архитектурного стиля, к которому оно относится, возможно, исторических сведений и интересных фактов, связанных с его проектированием и построением, а также его размерами;
- отбор информации, выделение в ней главного и второстепенного; сопоставление со сведениями, полученными на занятиях в рамках предложенного курса; получение фактов, характеризующих использование математических знаний при создании рассматриваемого сооружения;
- представление результатов исследования (текстовое или компьютерное представление) с использованием наглядной информации (фотографии, видеофрагменты, иллюстрации, чертежи, математические выкладки и др.).

Учитывая сложность и разнообразие задач, которые должны решить учащиеся в ходе выполнения исследования, каждый проект целесообразно выполнять группой учащихся, состоящей из 3–4 человек.

### **Основное содержание курса**

Общая схема представления содержания курса может выглядеть следующим образом: **архитектура** как объединение инженерной науки и искусства → **математика** в инженерной составляющей архитектурного творчества (обзорно) → **математика** в архитектуре как искусстве (подробно) → **произведения архитектуры** как соединение математических знаний и художественного творчества (результаты выполнения проектов).

Более подробно содержание курса можно представить следующим образом.

**Сущность архитектуры как отрасли инженерных знаний и искусства.  
Роль математики в архитектуре**

Архитектура как соединение прочности, пользы и красоты. Инженерная и художественная составляющие архитектуры. Роль математических расчетов в выборе материалов и архитектурной формы. Как математика обеспечивает удобство? Математика и законы красоты в архитектуре.

В связи с тем, что целевая установка курса связана с соединением имеющихся знаний и представлений учащихся (из области математики и искусства), целесообразно начинать изучение каждого раздела с предложения учащимся диагностических вопросов. Ответы на эти вопросы позволят самим учащимся актуализировать базовые понятия, которые будут использоваться в этом разделе, и оценить степень готовности к его изучению. При изучении содержания первого раздела целесообразно использовать лекционную форму работы с элементами видеоэкскурсии. Возможна организация мастерской на тему «Экспертиза», в которой учащимся в группах предстоит оценить прочность описанного в предложенном задании сооружения. На заключительном этапе можно рекомендовать провести заседание круглого стола на тему «Математика в архитектурной науке и искусстве».

### **Геометрические фигуры в архитектурных сооружениях: разнообразие, назначение**

Геометрические фигуры как прообразы архитектурных форм и как их модели. Геометрические фигуры в различных архитектурных стилях. Геометрические фигуры в решении проблемы прочности сооружений – геометрические модели архитектурных конструкций.

При изучении содержания этого раздела можно провести смотр знаний о свойствах известных учащимся геометрических фигур, когда каждый учащийся рассказывает о свойствах конкретной геометрической фигуры (предложенной ему для анализа). В результате собирается коллекция геометрических фигур. Другая часть работы будет посвящена анализу геометрических форм, использованных в различных архитектурных сооружениях, с целью выявления различия геометрической (абстрактной) и архитектурной (конкретной и часто комбинированной) формы. Наконец, в ходе лекционной работы с учащимися будет обсуждаться проблема выбора геометрической формы для обеспечения прочности сооружения. В ходе этой работы учащиеся познакомятся с новыми геометрическими фигурами: гиперболический параболоид, однополостный и двуполостный гиперболоид, эллипсоид.

### **Различные виды симметрии в архитектуре**

Симметрия, антисимметрия, диссимметрия. Принцип симметрии в природе и архитектуре. Зеркальная, поворотная и переносная симметрии.

При изучении содержания этого раздела целесообразно в виде лабораторной работы провести изучение различных видов симметрии и их свойств (по существу также исследовательская работа), на основе анализа архитектурных памятников и отдельных их элементов показать возможность сочетания симметрии, асимметрии и диссимметрии в архитектурных сооружениях (с использованием иллюстративных и видеоматериалов). Предложить групповую работу по выполнению и защите мини-проекта — анализ конкретного архитектурного объ-

екта с точки зрения присутствия в нем симметрии. Завершить изучение раздела можно в виде дискуссии на тему «Принцип симметрии в природе и архитектуре».

### **Пропорциональность – математическая основа архитектурной композиции**

Пропорции в архитектуре. Золотая пропорция как основа пропорционального строя архитектурных шедевров. Архитектурный модуль. Антропоморфные меры. Геометрическая основа пропорционального строя в архитектуре. Модуль Ле Корбюзье – система пропорционирования архитектурной композиции.

При изучении этого раздела содержания целесообразно использовать лекционную форму занятия, практикум по изучению различных математических свойств архитектурных пропорций, элементы учебного диалога по проблеме «Пропорции в разных архитектурных стилях». В заключение можно предложить мини-проект «Пропорциональный строй конкретного архитектурного сооружения».

В качестве тем для выполнения исследовательских проектов по итогам изучения курса можно предложить следующие:

1. Храм Василия Блаженного (Москва) с точки зрения архитектора и математика.
2. Собор Парижской Богоматери (Notre Dame de Paris) – жемчужина средневековой архитектуры.
3. Исаакиевский собор Санкт-Петербурга как образец культового сооружения XIX в.
4. Церковь Вознесения в Коломенском – шедевр древнерусского зодчества.
5. Колизей (Амфитеатр Флавия) – символ могущества Древнего Рима.
6. Архитектурный комплекс Дворцовой площади (Санкт-Петербург).
7. Эйфелева башня (...) – символ современного Парижа.
8. Самое красивое сооружение моего родного города.
9. В чем секрет архитектурной безликости? (На примере какого-либо сооружения вашего города.)
10. Гармония формы и размеров (на примере избранного вами произведения архитектуры).

### **Организация и проведение аттестации учеников**

---

Целью аттестации по данному элективному курсу является констатация личных достижений учащихся по освоению содержания, а также качественная оценка самостоятельно выполненных проектов, которые могут быть индивидуальными или коллективными.

Обсуждение результатов выполнения проекта желательно проводить во время публичной защиты, куда могут быть приглашены и не изучавшие данный курс учащиеся, например, более младшего класса. Это может иметь не только познавательный, но и мотивационный эффект.

При обсуждении результатов проекта целесообразно обратить внимание на то, какие задачи (проблемы) ставили перед собой группа или отдельный ученик и решены ли они полностью или частично; каков был вклад каждого участника в работу группы (что он сделал); какого качества материалы, подготовленные группой или учеником. Оценку проекта целесообразно провести качественно.

При качественной оценке может быть выстроена определенная иерархия выполненных проектов. Можно говорить о выделении самого удачного проекта в отдельных номинациях (например, глубина и новизна полученных фактов; структурность и логичность изложения материала; яркость и живость представления; слаженность работы группы) или в целом.

Среди основных показателей при оценивании проектов можно выделить:

- корректность (с точки зрения математики и архитектуры) полученных фактов;
- обоснованность фактов;
- логичность изложения;
- широта использованных источников при проведении исследования;
- яркость изложения и удачное представление проекта...

**(Стефанова Н.Л. Математика в архитектуре // Профильная школа. 2004. № 5. С 30-38.)**

## **Глава 5. Дифференцированное обучение в старшей школе**

### **5.1 Уровневая и профильная дифференциация**

Ведущую роль в раскрытии теоретических основ дифференциации обучения занимают психолого-педагогические исследования. Среди них, прежде всего, следует назвать работы Б.Г.Ананьева, А.Н.Леонтьева, Б.Ф.Ломова, Г.И.Щукиной и др. по проблемам мотивации деятельности, дифференциации обучаемых по характеру мотивации (А.А.Бодалев, А.Н.Леонтьев), по индивидуально-личностным характеристикам деятельности (К.М.Гуревич, С.Л.Рубинштейн), возможностям восприятия обучаемыми учебного материала (Д.Н.Богоявленский, И.В.Дубровина, З.А.Калмыкова, В.А.Крутецкий, Н.А.Менчинская).

До сих пор общепринятого подхода к раскрытию сущности понятия "дифференциация обучения" не существует. Однако большинство специалистов под дифференциацией понимают такую форму организации обучения, при которой происходит учет типологических индивидуально-психологических особенностей учащихся и особая взаимосвязь учителя и учеников. Н.М. Шахмаев указывает: "Учебно-воспитательный процесс, для которого характерен учет типичных индивидуальных различий учащихся, принято называть дифференцированным, а обучение в условиях этого процесса – дифференцированным обучением". При этом под типологическими индивидуально-психологическими особенностями понимают такие особенности учеников, на основании которых их можно объединить в группы.

В трудах Ю.К. Бабанского, М.А. Мельникова, И.С. Якиманской и др. дифференциация трактуется в основном как особая форма организации обучения и организации коммуникации учителя – учеников с учетом индивидуально-психологических особенностей учащихся. Дифференциация связывается с такой организацией учебного процесса, которая характеризуется вариативностью содержания, методов и интенсивности обучения (С.И.Зубов, Л.Н.Калашникова, Т.П.Михиевич, А.А.Попова и др.)

Е.А. Певцова, И.Унт и др. рассматривают дифференциацию обучения, как процесс, направленный на развитие способностей, интересов школьников, на выявление их творческих возможностей. При этом происходит разделение учебных планов, программ по различным направлениям научного знания и деятельности человека. И.М.Чередов видит в дифференциации обучения способ оптимального сочетания фронтальной, групповой и индивидуальной организации учебного процесса. Е.А.Бондаревская, О.Е.Лебедев, К.Н.Мешалкина, В.И.Панов, И.С. Якиманская и др. подчеркивают, что ведущей функцией дифференциации обучения является обеспечение каждого ученика максимальными возможными условиями гармоничного развития на основе выбора содержания образования и создания благоприятных условий в социальном окружении .

В работах М.Д.Виноградовой, В.А.Кольцовой, Х.Й.Лийметс, А.В.Мудрика, Г.И.Щукиной и др. дифференциация рассматривается как важнейший фактор развития познавательной активности обучаемых на основе развития их интереса и познавательных потребностей.

В методическом аспекте проблема дифференциации обучения рассматривается в работах Ю.И. Дика, В.М. Монахова, А.А.Кузнецова, М.В.Рыжакова, С.А. Бешенкова, Г.В. Дорофеева, Н.Н. Петровой, В.В. Фирсова, В.А. Орлова, С.Б. Суворовой, Л.В. Кузнецовой и др. Дифференциация обучения в этих исследованиях понимается как организация и методика обучения, "при которой каждый ученик, овладевая некоторым минимумом общеобразовательной подготовки, являющейся общезначимой и обеспечивающей возможность адаптации в постоянно изменяющихся жизненных условиях, получает право и гарантированную возможность уделять преимущественное внимание, тем направлениям, которые в наибольшей степени отвечают его склонностям".

И. Э. Унт, говоря о внешней дифференциации, отмечает, что последняя затрагивает саму структуру обучения и предполагает учет особенностей учащихся посредством их объединения в отдельные группы. Внешняя дифференциация, по ее мнению, может быть реализована в различных формах:

- перераспределение обычных классов в соответствии с уровнем успеваемости учащихся и характером требований к обучению;
- организация специальных классов и школ для обучения детей, имеющих глубокий интерес и способности к определенной области знаний;
- организация групп, для которых учебный план приспособлен к интересам и потребностям учащихся;

- обучение по выбору (обязательному или добровольному), при котором возможно углубленное изучение обязательных предметов, изучение дополнительных предметов, факультативное изучение предметов.

Под внутренней дифференциацией (дифференциацией на микроуровне) многие ученые понимают использование на занятиях с детьми одного класса различных методов и средств, обеспечивающих максимальное развитие способностей, склонностей, удовлетворение познавательных потребностей и интересов каждого ученика. Рассматривая внутреннюю дифференциацию, принято учитывать, что при этом происходит "учет индивидуальных особенностей, присущих группам учеников, и организация вариативного учебного процесса в этих группах". Если же учебный процесс строится с учетом особенностей каждого учащегося (а не групп), то следует говорить об индивидуализации - предельном варианте дифференциации. Распределение учащихся по учебным группам может происходить на основе различных признаков: по общим способностям, по индивидуальным психофизиологическим особенностям, по интересам или проектируемой профессии.

В педагогической практике очень часто основой для реализации внутренней дифференциации является теория оптимизации обучения Ю.К. Бабанского. В соответствии с указанной теорией разделение учащихся на группы может осуществляться по такому показателю, как *"реальные учебные возможности"* учащихся. При этом Ю.К. Бабанский выделяет внутреннюю и внешнюю основу реальных учебных возможностей. К внутренней основе он относит обучаемость личности (развитость основных процессов и свойств мышления); специальные знания, умения и навыки; умения и навыки учебного труда; элементы физического развития (особенно влияющие на учебную работоспособность); отношение личности к учению; элементы воспитанности личности, в наибольшей степени влияющие на учение.

Таким образом, разделяя дифференциацию на внешнюю и внутреннюю, рассматривают прежде всего **организационный аспект обучения** - предполагающий или нет объединение учащихся в отдельные классы, организацию специальных школ.

Однако главным видом дифференциации содержания образования следует считать профильную и уровневую дифференциацию. В этом случае большее внимание уделяют не организационному аспекту обучения, а его содержанию.

В Концепции дифференциации обучения сформулированы основные цели дифференциации образования, определяемые с трех позиций:

С *психолого-педагогических* позиций цель дифференциации - *индивидуализация* обучения, основанная на создании оптимальных условий для выявления и учета в обучении склонностей, развития интересов, потребностей и способностей каждого школьника.

С *социальной* точки зрения цель дифференциации - целенаправленное воздействие на формирование творческого, интеллектуального, профессионального потенциала общества, вызываемого на современном этапе развития

общества стремлением к наиболее полному и рациональному использованию возможностей каждого члена общества в его взаимоотношениях с социумом.

С *дидактической* точки зрения цель дифференциации - решение назревших проблем школы путем создания новой методической системы дифференцированного обучения учащихся, основанной на принципиально иной мотивационной основе.

В психолого-педагогической, дидактической и методической литературе различают два основных типа дифференциации содержания обучения: уровневую; профильную.

Уровневая дифференциация – это такая организация обучения, при которой школьники имеют возможность и право усваивать содержание обучения на различных уровнях глубины и сложности. Частным случаем уровневой дифференциации является углубленное изучение отдельных предметов. Указанный вид дифференциации осуществляется при разделении учебного коллектива на группы на основе разных показателей: имеющегося уровня знаний, умений и навыков (уровень успеваемости); уровня интеллектуального развития; интересов, склонностей и способностей; эмоциональных и волевых качеств (в том числе - отношения к учению).

Таким образом, многие специалисты фактически отождествляют уровневую дифференциацию с дифференциацией внутренней (внутриклассной), предполагающей учет индивидуальных особенностей учащихся посредством эффективного сочетания различных методов, организационных форм и средств обучения. Однако заметим, что в последнее время уровневую дифференциацию рассматривают в более широком смысле, связывая ее с реализацией учебных программ различного уровня. Появились и разноуровневые требования обязательного минимума содержания обучения – уровень "А" и уровень "В", обсуждаются вопросы выделения трех уровней: уровень "А" - общеобразовательный; уровень "В" – повышенный, "С" – углубленный.

Представляется важным определить, каково соотношение понятий "углубленное обучение" и "дифференцированное обучение". При этом отметим еще раз, что в психолого-педагогической литературе термин "углубленное обучение", как правило, не используется: говорят о различных аспектах обучения в школах и классах с углубленным изучением предметов.

Педагогической теорией и практикой накоплен определенный опыт решения разноаспектных вопросов обучения детей в школах и классах с углубленным изучением различных предметов (Ю.И. Дик, Г.В. Дорофеев, А.А. Каверина, Н.Г. Миндюк, В.М. Монахов, А.А. Никитин, В.А. Орлов, А.А. Пинский, И.Э. Унт, В.В. Фирсов и др.). Предприняты попытки определения роли и места таких школ и классов в дифференциации обучения.

В концепции дифференциации обучения в средней общеобразовательной школе, разработанной в свое время сотрудниками НИИ СиМО АПН СССР. В ней указывается на различие профильного и углубленного обучения. "Углубленное изучение предполагает достаточно продвинутый уровень подготовки школьников, что позволяет достичь высоких результатов обучения. Профиль-

ное же обучение мыслится как более демократичная и широкая фурация школы на старшей ступени".

Таким образом, углубленное обучение – это такое взаимодействие ученика и учителя, при котором происходит:

- развитие интеллектуальных способностей ученика, его общеучебных, общеинтеллектуальных и познавательных умений и навыков на повышенном уровне;

- усвоение учебного материала одного или нескольких предметов по всем разделам (содержательным линиям) на более высоком теоретико-практическом уровне;

- достижение необходимого уровня воспитания и физического развития ребенка.

При этом углубленное обучение осуществляется преимущественно в условиях внешней дифференциации или в условиях внутренней дифференциации, ориентировано на учащихся, имеющих высокие общие способности или проявляющих специальные способности, реализуется на основании учета способностей и интересов учащегося при ведущей роли способностей.

Все сказанное выше позволяет определить соотношение профильного, уровневого и углубленного обучения в средней общеобразовательной школе.

Профильное обучение может строиться либо на основе лишь профильной дифференциации или на основе сочетания профильной и уровневой дифференциации; при этом оно должно реализоваться на старшей ступени школы, а с точки зрения организации – должно основываться на внешней дифференциации (организация профильных классов и школ).

С профильной дифференциацией содержания образования связывают возможности максимального раскрытия индивидуальности, творческих способностей и склонностей личности учащегося, более эффективной и целенаправленной подготовки их к продолжению образования в избранной области, предполагаемой профессиональной деятельности.

Профильная дифференциация предусматривает осознанный, добровольный выбор учащимися направления специализации содержания обучения, познавательных потребностей, способностей, а также достигнутого уровня на основе знаний и умений и профессиональных намерений. Она тесно связана с осуществлением индивидуального подхода по отношению к отдельным группам учащихся.

Поэтому решение проблемы дифференциации содержания обучения играет большую роль в реализации личностно-ориентированной модели обучения.

Личностно-ориентированная модель обучения, разрабатываемая в настоящее время в целом ряде психолого-педагогических, дидактических и методических исследованиях направлена на развитие умственных способностей школьников на основе максимального учета и использования индивидуальных особенностей их познавательной деятельности и мышления. Для этого можно использовать: а) выбор содержания обучения соответствующего уровня, но не

ниже обязательного, заданного государственным стандартом; б) обоснованное сочетание дифференциации и интеграции, разработку структуры учебной деятельности учащихся, максимально развивающей их способности, мотивацию, устремления; присвоение школьникам опыта деятельности различного типа - коммуникативной, когнитивной, трудовой, эстетической и др., учитывая, что в этом случае происходит воздействие на все сферы личности: когнитивную, волевую, социально-психологическую, деятельностно-практическую; в) создание благоприятных условий в социальном окружении. Таким образом, развитие личности осуществляется при реализации активности ученика, его самостоятельности, инициативности.

Профильная дифференциация в организационном аспекте предполагает объединение учащихся в относительно стабильные группы, где учебный процесс идет по образовательным программам, различающимся содержанием, требованиями к уровню школьников.

#### Список литературы

1. *Аксенов В.Ф.* На путях дифференцированного обучения // Учительская перемена, 1994, №4.
2. Дифференциация и одаренные дети //Стандарты и мониторинг, № 5.1999
3. *Земляков А.* Психодидактические аспекты углубленного изучения математики в старших классах общеобразовательной средней школы / Математика в школе, 2005, №6.
4. *Крылова Н.Б., Александрова Е.А.* Организация индивидуального образования в школе (теория и практика) / Библиотека журнала «Директор школы» №2. М.: «Сентябрь», 2005.
5. *Осмоловская И.М.* Дифференциация обучения в общеобразовательной школе. Москва, 1994.
6. *Осмоловская И.М.* Как организовать дифференцированное обучение. / Библиотека журнала «Директор школы». №5. М.: «Сентябрь», 2002.
7. *Рогановский Н.М.* Дифференцированное обучение – как его осуществить //Народное образование, 1991. № 3. С. 41-43.
8. *Родионова О.* Дифференцированное обучение // Учительская газета, 1997, №13.
9. *Солонова А.* Уровневая дифференциация: путь к успеху. // Народное образование, 1994, №1-2.
10. *Унт И.* Индивидуализация и дифференциация обучения. М., 1990.
11. *Утеева Р.А.* Дифференцированные формы учебной деятельности учащихся // Математика в школе, 1995. № 5. С.32-34.
12. Учет психологических особенностей учащихся в процессе обучения //Вопросы психологии, 1988. № 6. С.71-77;
13. *Якиманская И.С.* Дифференцированное обучение: «внешние» и «внутренние» формы. // Директор школы, 1995, №3.
14. *Якиманская И.С.* Личностно-ориентированное обучение в современной школе. Москва, 1996.

(Профильная и уровневая дифференциация содержания образования  
// Федеральный центр образовательного законодательст-  
ва//[http://www.lexed.ru/pravo/notes/?rizakov\\_march2006.html](http://www.lexed.ru/pravo/notes/?rizakov_march2006.html))

## 5.2 Программа по алгебре и началам анализа АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

10—11 классы

Базовый уровень

СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

10 класс (102 ч)

### Числовые функции (9 ч)

Определение функции, способы ее задания, свойства функций. Обратная функция.

### Тригонометрические функции (26 ч)

Числовая окружность. Длина дуги единичной окружности. Числовая окружность на координатной плоскости. Синус и косинус. Тангенс и котангенс. Тригонометрические функции числового аргумента. Тригонометрические функции углового аргумента. Формулы приведения. Функция  $y = \sin x$ , ее свойства и график. Функция  $y = \cos x$ , ее свойства и график. Периодичность функций  $y = \sin kx$ ,  $y = \cos kx$ . Построение графика функций  $y = mf(x)$  и  $y = f(kx)$  по известному графику функции  $y = f(x)$ . Функции  $y = \operatorname{tg} x$  и  $y = \operatorname{ctg} x$ , их свойства и графики.

### Тригонометрические уравнения (10 ч)

Первые представления о решении тригонометрических уравнений. Арккосинус. Решение уравнения  $\cos t = a$ . Арксинус. Решение уравнения  $\sin x = a$ . Арктангенс и арккотангенс. Решение уравнений  $\operatorname{tg} x = a$ ,  $\operatorname{ctg} x = a$ .

Простейшие тригонометрические уравнения. Два метода решения тригонометрических уравнений: введение новой переменной и разложение на множители. Однородные тригонометрические уравнения.

### Преобразование тригонометрических выражений (15 ч)

Синус и косинус суммы и разности аргументов. Формулы двойного аргумента. Формулы понижения степени. Преобразование сумм тригонометрических функций в произведение. Преобразование произведений тригонометрических функций в суммы.

### Производная (31 ч)

Определение числовой последовательности и способы ее задания. Свойства числовых последовательностей.

Определение предела последовательности. Свойства сходящихся последовательностей. Вычисление пределов последовательностей. Сумма бесконечной геометрической прогрессии.

Предел функции на бесконечности. Предел функции в точке. Приращение аргумента. Приращение функции.

Задачи, приводящие к понятию производной. Определение производной. Алгоритм отыскания производной. Формулы дифференцирования. Правила дифференцирования. Дифференцирование функции  $y = f(kx+m)$ .

Уравнение касательной к графику функции. Алгоритм составления уравнения касательной к графику функции  $y = f(x)$ .

Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы. Построение графиков функций. Применение производной для отыскания наибольших и наименьших значений величин.

### **Обобщающее повторение (11 ч)**

**11 класс (102 ч)**

### **Степени и корни. Степенные функции (18 ч)**

Понятие корня  $n$ -й степени из действительного числа. Функции  $y = \sqrt[n]{x}$ , их свойства и графики. Свойства корня  $n$ -й степени. Преобразование выражений, содержащих радикалы. Обобщение понятия о показателе степени. Степенные функции, их свойства и графики.

### **Показательная и логарифмическая функции (29 ч)**

Показательная функция, ее свойства и график. Показательные уравнения. Показательные неравенства.

Понятие логарифма. Функция  $y = \log x$ , ее свойства и график. Свойства логарифмов. Логарифмические уравнения; Логарифмические неравенства. Переход к новому основанию логарифма. Дифференцирование показательной и логарифмической функций.

### **Первообразная и интеграл (8 ч)**

Первообразная. Правила отыскания первообразных. Таблица основных неопределенных интегралов.

Задачи, приводящие к понятию определенного интеграла. Понятие определенного интеграла. Формула Ньютона — Лейбница. Вычисление площадей плоских фигур с помощью определенного интеграла.

### **Элементы математической статистики, комбинаторики и теории вероятностей (15 ч)**

Статистическая обработка данных. Простейшие вероятностные задачи. Сочетания и размещения. Формула бинома Ньютона. Случайные события и их вероятности.

### **Уравнения и неравенства. Системы уравнений и неравенств (20 ч)**

Равносильность уравнений. Общие методы решения уравнений: замена уравнения  $h(f(x)) = h(g(x))$  уравнением  $f(x) = g(x)$ , разложение на множители, введение новой переменной, функционально-графический метод.

Решение неравенств с одной переменной. Равносильность неравенств, системы и совокупности неравенств, иррациональные неравенства, неравенства с модулями.

Системы уравнений. Уравнения и неравенства с параметрами.

### **Обобщающее повторение (12 ч)**

### **Требования к уровню подготовки 11-х классов**

**В результате изучения математики на базовом уровне ученик должен: *знать/понимать***

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и в то же время ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;

- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике для формирования и развития математической науки; историю развития понятия числа, создания математического анализа, возникновения и развития геометрии;

- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость во всех областях человеческой деятельности;

- вероятностный характер различных процессов окружающего мира;

### **Алгебра**

*уметь*

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;

- проводить по известным формулам и правилам преобразования буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;

- вычислять значения числовых и буквенных выражений, осуществляя необходимые подстановки и преобразования; использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

### **Функции и графики**

*уметь*

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

- строить графики изученных функций;

- в описывать по графику *и в простейших случаях по формуле<sup>2</sup>* поведение и свойства функций, находить по графику функции наибольшие и наименьшие значения;

- решать уравнения, простейшие системы уравнений, используя *свойства функций* и их графиков;

---

<sup>2</sup> Требования, выделенные курсивом, не применяются при контроле уровня подготовки выпускников профильных классов гуманитарной направленности.

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- описания с помощью функций различных зависимостей, представления их графически, интерпретации графиков;

**Начала математического анализа**

*уметь*

- вычислять производные *и первообразные* элементарных функций, используя справочные материалы;
- исследовать в простейших случаях функции на монотонность, находить наибольшие и наименьшие значения функций, строить графики многочленов *и простейших рациональных функций* с использованием аппарата математического анализа;
- вычислять в простейших случаях площади с использованием *первообразной*;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- решения прикладных задач, в том числе социально-экономических и физических, на наибольшие и наименьшие значения, на нахождение скорости и ускорения;

**Уравнения и неравенства *уметь***

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, *простейшие иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы*;
- составлять уравнения *и неравенства* по условию задачи;
- использовать для приближенного решения уравнений и неравенств графический метод;
- изображать на координатной плоскости множества решений простейших уравнений и их систем;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- построения и исследования простейших математических моделей;

**Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей *уметь***

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул;
- вычислять в простейших случаях вероятности событий на основе подсчета числа исходов;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**

- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков;
- анализа информации статистического характера.

(Программы. Математика. 5-6 классы. Алгебра. 7-9 классы. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы. /авт.–сост. И.И.Зубарева, А.Г. Мордкович. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Мнемозина, 2009. – 63 с.)

### 5.3. Программа по алгебре и началам анализа. Профильный уровень

#### АЛГЕБРА И НАЧАЛА МАТЕМАТИЧЕСКОГО АНАЛИЗА

#### 10—11 классы

#### *Профильный уровень*

#### СОДЕРЖАНИЕ ПРОГРАММЫ

#### 10 класс

##### **Действительные числа**

Натуральные и целые числа. Делимость чисел. Основная теорема арифметики натуральных чисел. (Рациональные, иррациональные, действительные числа, числовая прямая., Числовые неравенства. Аксиоматика действительных чисел. Модуль действительного числа. Метод математической индукции.

##### **Числовые функции**

Определение числовой функции и способы ее задания. Свойства функций. Периодические и обратные функций.

##### **Тригонометрические функции**

Числовая окружность на координатной плоскости. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса. Тригонометрические функции числового и углового аргумента, их свойства и графики. Сжатие и растяжение графиков тригонометрических функций. Обратные тригонометрические функции.

##### **Тригонометрические уравнения и неравенства**

Простейшие тригонометрические уравнения и неравенства. Методы решения тригонометрических уравнений: метод замены переменной, метод разложения на множители, однородные тригонометрические уравнения.

##### **Преобразование тригонометрических выражений**

Формулы сложения, приведения, двойного аргумента, понижения степени. Преобразование суммы тригонометрических функций в произведение и произведения в сумму. Методы решения тригонометрических уравнений (продолжение).

##### **Комплексные числа**

Комплексные числа и арифметические операции над ними. Комплексные числа и координатная плоскость. Тригонометрическая форма записи комплексного числа. Комплексные числа и квадратные уравнения. Возведение комплексного числа в степень. Извлечение квадратного и кубического корня из комплексного числа.

##### **Производная**

Определение числовой последовательности, способы ее задания и свойства. Предел числовой последовательности, свойства сходящихся последовательностей. Сумма бесконечной геометрической прогрессии. Предел функции на бесконечности и в точке.

Задачи, приводящие к понятию производной, определение производной, вычисление производных. Понятие производной  $n$ -го порядка. Дифференцирование сложной функции. Дифференцирование обратной функции. Уравнение касательной к графику функции. Применение производной для исследования функций на монотонность и экстремумы. Применение производной для доказательства, тождеств, и неравенств. Построение графиков функций, Применение производной для отыскание наибольшего и наименьшего значений непрерывной функции, на промежутке. Задачи на оптимизацию.

### **Комбинаторика и вероятность**

Правило умножения. Перестановки и факториалы. Выбор нескольких элементов. Сочетания и размещения. Бином Ньютона. Случайные события и их вероятности.

## **11 класс**

### **Многочлены**

Многочлены от одной и нескольких переменных. Теорема Безу. Схема Горнера. Симметрические и однородные многочлены. Уравнения высших степеней.

### **Степени и корни. Степенные функции**

Понятие корня  $n$ -й степени из действительного числа. Функции  $y = \sqrt[n]{x}$ , и их свойства и графики. Свойства корня  $n$ -й степени. Преобразование выражений, содержащих радикалы. Обобщение понятие о показателе степени. Степенные функции, их свойства и графики. Дифференцирование и интегрирование. Извлечение корней  $n$ -й степени из комплексных чисел.

### **Показательная и логарифмическая функции**

Показательная функция, ее свойства и график. Показательные уравнения и неравенства. Понятие логарифма. Функция  $y = \log_a x$ , ее свойства и график. Свойства логарифмов. Логарифмические уравнения и неравенства. Дифференцирование показательной и логарифмической функций.

### **Интеграл**

Первообразная и неопределенный интеграл. Определенный интеграл, его вычисление и свойства. Вычисление площадей плоских фигур. Примеры применения интеграла в физике.

### **Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей**

Вероятность и геометрия. Независимые повторения испытаний с двумя исходами. Статистические методы обработки информации. Гауссова, кривая. Закон больших чисел.

### **Уравнения и неравенства. Системы уравнений неравенств**

Равносильность уравнений. Общие методы решения уравнений. Уравнения с модулями. Иррациональные уравнения. Доказательство неравенств. Решение рациональных неравенств с одной переменной. Неравенства с модулями. Иррациональные неравенства. Уравнения и неравенства с двумя переменными. Диофантовы уравнения. Системы уравнений. Уравнения и неравенства с параметрами.

### **Требования к уровню подготовки выпускников<sup>3</sup>**

**В результате изучения математики на профильном уровне ученик должен:**  
**знать/понимать<sup>2</sup>**

- значение математической науки для решения задач, возникающих в теории и практике; широту и ограниченность применения математических методов к анализу и исследованию процессов и явлений в природе и обществе;
- значение практики и вопросов, возникающих в самой математике, для формирования и развития математической науки;
- идеи расширения числовых множеств как Способа построения нового математического аппарата для решения практических задач и внутренних задач математики;
- значение идей, методов и результатов алгебры и математического анализа для построения моделей реальных процессов и ситуаций;
- возможности геометрии для описания свойств реальных предметов и их взаимного расположения;
- универсальный характер законов логики математических рассуждений, их применимость в различных областях человеческой деятельности;
- различие требований, предъявляемых к Доказательствам в математике, естественных, социально-экономических и гуманитарных науках, на практике;
- роль аксиоматики в математике; возможность построения математических теорий на аксиоматической основе; значение аксиоматики для других областей знания и для практики;
- вероятностный характер различных процессов и закономерностей окружающего мира;

**Числовые и буквенные выражения**

***уметь***

- выполнять арифметические действия, сочетая устные и письменные приемы, применение вычислительных устройств; находить значения корня натуральной степени, степени с рациональным показателем, логарифма, используя при необходимости вычислительные устройства; пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчетах;
- применять понятия, связанные с делимостью целых чисел, при решении математических задач;
- находить корни многочленов с одной переменной, раскладывать многочлены на множители;
- выполнять действия с комплексными числами, пользоваться геометрической интерпретацией комплексных чисел, в простейших случаях находить комплексные корни уравнений с действительными коэффициентами;

---

<sup>3</sup> Цит. из кн: Сборник нормативных документов. Математика / Сост. Э. Д. Днепров; А.Л. Аркадьев. – М.: Дрофа, 2004

<sup>2</sup> Помимо указанных в данном разделе знаний, в Требования к уровню подготовки выпускников включаются также знания, необходимые для освоения перечисленных далее умений.

- проводить преобразования числовых и буквенных выражений, включающих степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** для:

- практических расчетов по формулам, включая формулы, содержащие степени, радикалы, логарифмы и тригонометрические функции, используя при необходимости справочные материалы и простейшие вычислительные устройства;

### **Функции и графики**

#### ***уметь***

- определять значение функции по значению аргумента при различных способах задания функции;

- строить графики изученных функций, выполнять преобразования графиков;

- описывать по графику и по формуле поведение и свойства функций;

- решать уравнения, системы уравнений, неравенства, используя свойства функций и их графические представления;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** для:

- описания и исследования с помощью функций реальных зависимостей, представления их графически; интерпретации графиков реальных процессов;

### **Начала математического анализа**

#### ***уметь***

- находить сумму бесконечно убывающей геометрической прогрессии;

- вычислять производные и первообразные элементарных функций, применяя правила вычисления производных и первообразных, используя справочные материалы;

- исследовать функции и строить их графики с помощью производной;

- решать задачи с применением уравнения касательной к графику функции;

- решать задачи нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на отрезке;

- вычислять площадь криволинейной трапеции;

**использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни** для:

- решения геометрических, физических, экономических и других прикладных задач, в том числе задач на наибольшие и наименьшие значения с применением аппарата математического Анализа

### **Уравнения и неравенства**

#### ***уметь***

- решать рациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, иррациональные и тригонометрические уравнения, их системы;

- доказывать несложные неравенства;
  - решать текстовые задачи с помощью составления уравнений и неравенств, интерпретируя результат с учетом ограничений условия задачи;
  - изображать на координатной плоскости множества решений уравнений и неравенств с двумя переменными и их систем; находить приближенные решения уравнений и их систем, используя графический метод;
  - решать уравнения, неравенства и системы, с применением графических представлений, свойств функций, производной;
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**
- построения и исследования простейших математических моделей;

### **Элементы комбинаторики, статистики и теории вероятностей уметь**

- решать простейшие комбинаторные задачи методом перебора, а также с использованием известных формул, треугольника Паскаля; вычислять коэффициенты бинома Ньютона по формуле и с использованием треугольника Паскаля;
  - вычислять вероятности событий на основе подсчета числа исходов (простейшие случаи);
- использовать приобретенные знания и умения в практической деятельности и повседневной жизни для:**
- анализа реальных числовых данных, представленных в виде диаграмм, графиков; для анализа информации статистического характера.

**(Программы. Математика. 5-6 классы. Алгебра. 7-9 классы. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы. /авт.–сост. И.И.Зубарева, А.Г. Мордкович. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Мнемозина, 2009. – 63 с.)**