Проверочная работа по теме: «Элементы специальной теории относительности, волновая оптика»

1. Разность фаз двух когерентных волн с длиной волны λ равна π. Какова минимальная разность хода этих волн?

Ответ: $\frac{\lambda}{2}$.

Решение. Минимальная разность хода когерентных волн, приходящих в данную точку в противофазе,

$$\Delta = \frac{\Delta\varphi}{2\pi}\lambda = \frac{\pi}{2\pi}\lambda = \frac{\lambda}{2}.$$

2. Оптическая разность хода двух монохроматических лучей в воздухе 3 мкм. Какова будет разность хода между ними в воде? Показатель преломления воды 4/3.

Ответ: 4 мкм.

Решение. Разность хода лучей в воздухе $\Delta_1 = L_2 - L_1$, в воде $\Delta_2 = nL_2 - nL_1 = n(L_2 - L_1) = n\Delta_1$.

$\Delta_2 = \frac{4}{3} \cdot 3 = 4$ (мкм).

3. Плоская монохроматическая волна нормально падает на дифракционную решётку, при этом максимум 2-го порядка наблюдается под углом 30°. То же самое излучение на другой дифракционной решётке дает максимум 2-го порядка под углом 45°. Чему равен квадрат отношения периодов решеток $\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2$?

Ответ: 2.

Решение. Условие наблюдения максимума в дифракционном спектре на решётке имеет вид: $d\,sin\alpha = n\lambda$, где n – порядковый номер максимума, d – постоянная (период) решётки. Запишем условие задачи: $d_1 \sin 30° = 2\lambda,\ \ d_2 \sin 45° = 2\lambda$.

Деля уравнения друг на друга, находим: $\frac{d_1}{d_2} = \frac{\sin 45°}{\sin 30°} = \sqrt{2}$, откуда $\left(\frac{d_1}{d_2}\right)^2 = 2$.

4. Источник света приближается к приёмнику света со скоростью $\upsilon = c$, где $c = 3 \cdot 10^8$ м/с – скорость света в вакууме. Приёмник фиксирует, что свет распространялся в пространстве со скоростью…

Ответ: $3 \cdot 10^8$ м/с.

Решение. Скорость света не зависит ни от скорости его источника, ни от скорости его приёмника. Она в вакууме всегда равна $c = 3 \cdot 10^8$ м/с.

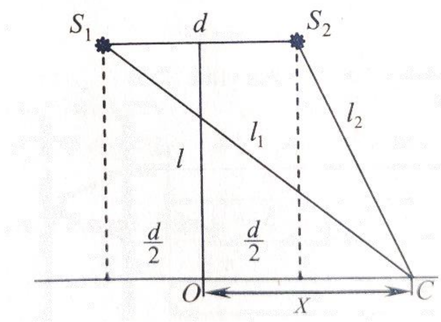
5. Световой луч в вакууме проходит за время t расстояние 60 см; в некоторой жидкости за вдвое большее время – 80 см. Чему равен показатель преломления жидкости?

Ответ: 1,5

Решение. Скорость света в прозрачной среде $\upsilon = \frac{c}{n}$, где c – скорость света в пустоте, n – показатель преломления среды. Тогда в пустоте $S_1 = ct$, а в среде $S_2 = \upsilon \cdot 2t$. Деля уравнения друг на друга, находим: $\frac{S_1}{S_2} = \frac{n}{2}$, откуда $n = 1,5$.

6. Расстояние между двумя когерентными источниками света S_1 и S_2, находящимися в воздухе ($n = 1$), $d = 0,15$ мм. Расстояние от этих источников $l = 4,8$ м. Определите оптическую

разность хода лучей, = приходящих от источников S_1 и S_2 в точку экрана C, если OC = 16 мм.



Ответ: $\Delta_{12} = 0{,}5 \cdot\ 10^{-6}$м.

Решение. Поскольку лучи идут в воздухе, оптическая разность хода будет равна геометрической. Из рисунка видно, что $l_1^2 = \ l^2 + \left(X + \frac{d}{2}\right)^2$, $l_2^2 = \ l^2 + \left(X - \frac{d}{2}\right)^2$.

Вычтем из первого уравнения второе: $l_1^2 - l_2^2 \ = \left(X + \frac{d}{2}\right)^2 - \ \left(X - \frac{d}{2}\right)^2$,

или $(l_1 + l_2)(l_1 - l_2) = \left(X + \frac{d}{2} + X - \frac{d}{2}\right)\left(X + \frac{d}{2} - X + \frac{d}{2}\right)$.

Так как d и X малы по сравнению с l (что всегда справедливо при интерференции света), сумму $(l_1 + l_2)$ приближенно можно заменить на $2l$, а $n(l_1 - l_2)$ =Δ_{12} есть искомая разность хода. Тогда получим $\frac{2l\Delta_{12}}{n} = 2X \cdot 2 \cdot \frac{d}{2}$; $\Delta_{12} = \ \frac{Xd}{l}n$;

$$\Delta_{12} = \ \frac{1{,}5 \cdot 10^{-4} \cdot 1{,}6 \cdot 10^{-2} \cdot 1}{4{,}8} = 0{,}5 \cdot 10^{-6}\text{м}.$$

7. Сколько времени для жителя Земли и космонавтов займет космическое путешествие о звезды и обратно на ракете, летящей со скоростью υ = 0,99с? Свет от звезды до Земли идет в течение t = 40 лет (по земным часам).

Ответ: τ = 80,8 года τ_0 = 11,4 года.

Решение. Расстояние от звезды до Земли ct, с учетом того, что ракета долетит до звезды и вернётся обратно, время путешествия относительно Земли $\tau = \frac{2ct}{0{,}99c} = 80{,}8$ года. Тогда промежуток времени относительно ракеты $\tau_0 = \tau\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}} = 11{,}4$ года. Таким образом, для космонавтов путешествие продлится 11,4 года, на Земле же пройдет 80,8 года.

8. Космическая частица движется со скоростью $\upsilon = 0{,}95c$, где c скорость света в вакууме. Какой промежуток времени τ соответствует одной микросекунде «собственного времени» частицы?

***Ответ**: m* = 3,3 мкс.

Решение. Запишем релятивистское соотношение для интервалов времени между событиями:

$$\tau = \frac{\tau_0}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}} = \frac{1}{\sqrt{1 - 0{,}95^2}} = 3{,}3 \text{ мкс.}$$

9. На ракете, летящей со скоростью u = 0,9с, установлен ускоритель, сообщающий частицам скорость υ' = 0,8с относительно ракеты (по направлению движения). Найдите скорость частиц υ в системе отсчёта, связанной с «неподвижными звёздами». Решите задачу и для случая, когда частицы движутся в противоположную сторону.

Ответ: $\upsilon_1 = 2{,}97 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}, \upsilon_2 = 1{,}1 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

Решение. В соответствии с релятивистским законом сложения скоростей:

$$\upsilon_1 = \frac{\upsilon' + u}{1 + \frac{\upsilon' u}{c^2}} = \frac{1{,}7c}{1{,}72} = 0{,}99c = 2{,}97 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}.$$

В случае, когда частицы движутся в противоположную сторону, проекция скорости 2 частиц в движущейся системе отсчёта на направление движения ракеты отрицательна.

Следовательно, в этом случае $\upsilon_2 = \frac{-\upsilon' + u}{1 - \frac{\upsilon' u}{c^2}} = \frac{0{,}1c}{0{,}28} = 0{,}36 \cdot c = 1{,}1 \cdot 10^8 \frac{\text{м}}{\text{с}}$.

10. Для тела, движущегося со скоростью υ, используя СТО, найдите чему равно выражение $\mathrm{E}^2 - \mathrm{p}^2\mathrm{c}^2$.

Ответ: $\mathrm{E}^2 - \mathrm{p}^2\mathrm{c}^2 = m_0^2 c^4$.

Решение. Так как $E = mc^2 = \frac{m_0\, c^2}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}$, а $p = m\upsilon = \frac{m_0\, \upsilon}{\sqrt{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}}$, то возведя обе части каждого уравнения в квадрат, получим: $\mathrm{E}^2 = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}$; $p^2 = \frac{m_0^2 \upsilon^2}{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}}$.

Умножим теперь левую и правую части выражения для релятивистского импульса на c^2 и вычтем из E^2:

$$\mathrm{E}^2 - p^2\mathrm{c}^2 = \frac{m_0^2 c^4}{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}} - \frac{m_0^2 \upsilon^2 \mathrm{c}^2}{1 - \frac{\upsilon^2}{c^2}} = \frac{m_0^2 c^4 (\mathrm{c}^2 - \upsilon^2)}{\mathrm{c}^2 - \upsilon^2} = m_0^2 c^4.$$