

118353

ФРК



118.55 5.7
НАЧАЛЬНЫЯ ОСНОВАНИЯ

1993

АЛГЕБРЫ,

1861 г.

выбранныя изъ Алгебры знаменитаго Эйлера.

Николаемъ Фуссомъ,

Санктпетербургской ИМПЕРАТОРСКОЙ Академіи
наукъ и разныхъ другихъ обществъ Членомъ,

Въ пользу

Воспитанчиковъ I^{го} Кадетскаго Корпуса.

Усп.



ВЪ САНКТПЕТЕРБУРГѢ

При ономъ же Корпусѣ.
1821 года.

Л А В Л Е Н І Е.

Гл. XII. О раздѣленіе первое.

— XIII. О родахъ исчисленія простыхъ или несложныхъ количествъ.

спран.

I. I.	Общее понятіе объ Алгебрѣ	I
— II.	О сложеніи и вычисаніи простыхъ количествъ	3
— III.	Объ умноженіи простыхъ количествъ	7
— IV.	О дѣленіи простыхъ количествъ	11
— V.	О дробяхъ вообще	15
— VI.	О свойствахъ дробей	17
— VII.	О сложеніи и вычисаніи дробей	20
— VIII.	О умноженіи и дѣленіи дробей	23
— IX.	О десятичныхъ дробяхъ	27
— X.	О квадратныхъ числахъ	31
— XI.	О квадратныхъ корняхъ и неизвлекаемыхъ числахъ	34
— XII.	О невозможныхъ или мнимыхъ величинахъ	38
— XIII.	О кубичныхъ числахъ	40
— XIV.	О кубичныхъ корняхъ и неизвлекаемыхъ числахъ	42
— XV.	О степеняхъ вообще	45
— XVI.	О исчисленіяхъ со степенями	46
— XVII.	О корняхъ степеней вообще	49
— XVIII.	Объ изображеніи неизвлекаемыхъ чиселъ дробными показателями	50
— XIX.	О логарифмахъ	52
— XX.	О логарифмическихъ таблицахъ	55
— XXI.	Объ употребленіи логарифмовъ	59

О дѣленіе второе.

О способахъ исчисленія составныхъ или сложныхъ количествъ.

— I.	О сложеніи составныхъ количествъ	65
— II.	О вычисаніи сложныхъ количествъ	67
— III.	О умноженіи сложныхъ количествъ	69

- Гл. IV. О дѣленіи сложяыхъ коли
 — V. О разбиіи дробей въ безк
 — VI. О квадрашахъ сложныхъ к
 — VII. О извлеченіи квадрашныхъ корней изъ
 сложныхъ количесшвъ
 — VIII. О кубахъ и извлеченіи кубичныхъ корней
 — IX. О высшихъ степеняхъ сложныхъ коли-
 чесшвъ
 — X. О переложеніи буквъ, на кошоромъ осно-
 вано доказательство предъидущаго пра-
 вила 10
 — XI. О разложеніи неизвлекаемыхъ степеней
 въ безконечные ряды 11
 — XII. О разложеніи степеней ошрицательныхъ 12

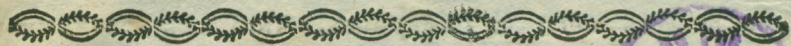
О шдѣленіе шрешіе

Объ алгебртеекихъ уравненіяхъ и рѣшеніи оныхъ.

- I. О рѣшеніи вопросовъвообще
 — II. О рѣшеніи уравненій первой степени 13
 — III. О рѣшеніи нѣкошорыхъ вопросовъ, отно-
 сящихъ къ предъидущей главѣ 14
 — IV. О рѣшеніи уравненій первой степе-
 держащихъ въ себѣ два или болѣе неиз-
 вѣсшныхъ количесшвъ 14
 — V. О рѣшеніи неопредѣленныхъ вопросовъ
 первой степени 16
 — VI. О рѣшеніи чиспыхъ уравненій второй
 степени. 16
 — VII. О рѣшеніи полныхъ уравненій второй
 степени.
 — VIII. Разсужденія о свойсшвѣ уравненій второ-
 рой степени 17
 — IX. О рѣшеніи чиспыхъ уравненій шрешь-
 ей степени 18
 — X. О рѣшеніи полныхъ уравненій шрешьей
 степени 1
 — XI. О рѣшеніи уравненій шрешьей степени
 имѣющихъ неизвлекаемые корни 1

Гл. XII.	О разрѣшеніи неполныхъ уравненій четвершой степени	205
— XIII.	О рѣшеніи полныхъ уравненій четвершой степени	209
— XIV.	О рѣшеніи уравненій четвершой степени посредствомъ уравненій прешьей степени	216
— XV.	О рѣшеніи уравненій по приближенію	221
	О ш д ъ л е н і е ч е т в е р ш о е	
	<i>Объ отношеніяхъ, пропорціяхъ и прогрессіяхъ арифметическихъ и геометрическихъ.</i>	
— I.	Объ отношеніи арифметическомъ	231
— II.	О пропорціяхъ арифметическихъ	232
— III.	О прогрессіяхъ арифметическихъ	234
— IV.	О сысканіи суммы прогрессій арифметическихъ	239
— V.	О числахъ многоугольныхъ	244
— VI.	О сысканіи суммы чисель многоугольныхъ	249
— VII.	Объ отношеніи геометрическомъ	258
— VIII.	О приведеніи отношеній геометрическихъ къ ихъ меньшимъ членамъ	261
— IX.	О сложныхъ отношеніяхъ	269
— X.	О пропорціяхъ геометрическихъ	272
— XI.	Примѣчанія на пропорціи и употребленіе оныхъ	279
— XII.	О прогрессіяхъ геометрическихъ	288
— XIII.	О сысканіи суммы прогрессій геометрическихъ	293
— XIV.	Приложеніе пропорцій и прогрессій геометрическихъ къ вычисленію процентовъ на проценты и къ другимъ сего рода вопросамъ.	299.





ГЛАВА I.

О Алгебрѣ вообще.



§ 1. *Величиною* или *количествомъ* называется все, что увеличиванію или уменьшенію подвержено. И шакъ, сумма денегъ, тяжесть, пространство, суть величины, потому, что къ онымъ прибавить и отъ оныхъ отнять можно.

§ 2. По сему находясь различныя роды величинъ: отсюда происходятъ разныя части математики, и въ каждой объ особливомъ родѣ величины разсуждается, какъ напр: въ геометріи о величинѣ пространства, въ механикѣ о количествахъ движенія, въ оптикѣ о количествахъ свѣта и пр. Математика вообще не иное что есть, какъ наука, показывающая какъ измѣрять количества.

§ 3. Но измѣрять данное количество не можемъ мы иначе, какъ принимая другое количество того же рода за извѣстное, и означая сколько разъ сіе количество въ данномъ содержится. Такъ на пр. когда величину суммы денегъ опредѣлить должно, то принимается за извѣстное червонецъ, рубль, или другая какая монета, и показывается, сколько шакихъ монетъ въ помянутой суммѣ содержится. Если какую нибудь тяжесть измѣрить должно, то принимается за извѣстное пудъ, фунтъ, или сему подобное и опредѣляется сколько разъ извѣстная тяжесть въ опредѣляемой содержится.

§ 4. Сіе содержаніе означается всегда числами; изъ чего и явствуетъ, что *число* не иное что есть, какъ содержаніе одной величины къ другой, которая произвольно за единицу берется.

§ 5. Изъ сего и слѣдуетъ, что всѣ величины могутъ выражаемы быть числами, и что познание различныхъ родовъ ариѳметическихкихъ изчислений должно быть основаніемъ всѣхъ математическихкихъ наукъ.

§ 6. Но въ ариѳметикѣ предлагается только нѣкоторыхъ родахъ изчисленія, т. е. преподаются въ оной правила для изысканія извѣстныхъ произведеній. А чтобы рѣшить сто задачъ одного рода, надлежитъ спократно повторающъ тотъ же образъ изчисленія. Цѣль же Алгебры напрошивъ того есть та, чтобы предлагать средства, помощію коихъ однимъ слѣдствіемъ изчислений на всѣ задачи одного рода отвѣщивовати можно; т. е. преподавать правила для рѣшенія всѣхъ задачъ, копорыя о количествахъ предлагаются, не взирая впрочемъ на особые роды сихъ количествъ. — Мы уже въ § 2 показали, что въ другихъ частяхъ математики особыхъ родахъ количествъ разсуждается.

§ 7. А чтобы преподавать общія правила, возможно въ Алгебрѣ означать количества тѣмъ же знаками, копорыя въ ариѳметикѣ къ тому служатъ, но употребляются буквы, коими по произволению всѣ возможные количества изображаются.

§ 8. Всѣ изчисленія, дѣлаемыя въ ариѳметикѣ числами, производятся въ Алгебрѣ буквами; ибо слагаютъ, вычитаютъ, умножаютъ и дѣлаютъ оныя и пр. Однакожь, часто означаются только сіи изчисленія особливыми знаками, о коихъ въ слѣдующихъ главахъ сказано будетъ.

ГЛАВА II.

О сложеніи и вычитаніи простыхъ количествъ.

§ 9. Когда къ какому нибудь количеству другое данное количество приложись должно, то означается сіе знакомъ $+$, который спереди прилагается количеству ставящихся и произносится плюсь или сѣ. По сему $5 + 3$ означаетъ, что число 5 должно сложись съ числомъ 3, отъ чего произойдетъ 8. И такъ $5 + 3 = 8$, при чемъ примѣчанъ должно, что знакъ $=$ выговаривается столько же или равно.

Равнымъ образомъ будетъ:

$$12 + 7 = 19$$

$$7 + 5 + 9 = 21$$

$$18 + 3 + 7 = 28$$

и такъ далѣе.

§ 10. Все сіе весьма ясно, и изъ вышеписанныхъ примѣровъ не трудно будетъ понять, какимъ образомъ данныя количества вообще буквами слагаются. Такъ напр. $a + b$ означаетъ сумму двухъ количествъ a и b , которыя всѣ возможные числа представлять могутъ; и $a + b + c + d$ показываетъ сумму чиселъ, четырьмя буквами a , b , c и d означенныхъ. А чтобъ помощію Арифметики опредѣлишь сумму, или точное знаменованіе таковыхъ количествъ, то надлежитъ только знать, какія числа, какими буквами означаются. Таковыяжъ количества, какъ бы они изъ буквъ составлены ни были, называются выраженіями, или формулами алгебрѣскими.

§ 11. Когда надлежитъ вычестъ одно количество изъ другаго, то сіе означается посредствомъ знака $-$, который выговаривается минусъ или безъ и спереди вычитаемаго количества ставящихся. По сему $8 - 5$ означаетъ, что изъ числа 8

должно вычестъ 5, а въ остаткѣ будетъ 3, такъ, что 8 безъ 5, столько же какъ 3. Сіе изображается такъ: $8 - 5 = 3$.

Подобнымъ образомъ понять можно, что:

$$12 - 7 = 5$$

$$21 - 14 - 3 = 4$$

$$50 - 3 - 5 - 7 = 35$$

Въ семь послѣднемъ примѣрѣ показывается, что изъ числа 50 должно вычестъ 3, потомъ изъ остатка 5, и наконецъ изъ послѣдняго остатка еще 7; сіе ничто иное, какъ вычестъ изъ 50 сумму 3, 5 и 7, то есть 15.

§ 12. Изъ предиущаго также легко узнать можно значеніе слѣдующей формулы: $12 - 3 - 5 + 2 - 1 = 5$. Надлежитъ только сложить тѣ числа, которыя имѣютъ предъ собою знакъ +, и изъ суммы оныхъ вычестъ сумму чиселъ, имѣющихъ предъ собою знакъ - 5; такимъ образомъ будетъ:

$$+ 12 + 2 = 14$$

$$- 3 - 5 - 1 = - 9$$

$$\text{слѣдовательно } 14 - 9 = 5$$

§ 13. Изъ сихъ примѣровъ видно, что нѣтъ никакой силы въ порядкѣ, которымъ разспавлены числа, и что можно оныя спавить по своей волѣ, лишь бы только каждое число означенный свой знакъ предъ собою имѣло. Такъ напр. вмѣсто прежней формулы въ § 12 показанной

$$12 - 3 - 5 + 2 - 1 = 5,$$

можно поставитъ слѣдующую:

$$- 3 + 12 + 2 - 1 - 5 = 5 \text{ или}$$

$$2 - 1 - 5 + 12 - 3 = 5$$

и такъ далѣе. При семъ примѣчать надлежитъ, что если предъ первымъ числомъ никакой знакъ не поставленъ, то подразумѣвается знакъ +.

§ 14. Когда же теперь, чтобы по предложенному выше дѣлу дать общій разумъ, вмѣсто дѣй-

спвишительныхъ чиселъ употребятся буквы, по можно легко понять и знаменованіе оныхъ. Такъ напр. $a - b - c + d - e$ показываетъ, что отъ суммы изображенныхъ литерами a и d чиселъ, которая будетъ $a + d$, должно вычесть сумму чиселъ, b, c и e , по есть $b + c + e$.

§ 15. И такъ главное дѣло здѣсь состоить въ томъ, чтобъ знать какой знакъ каждое число предъ собой имѣеть. Числа, которыя имѣють предъ собой знакъ $+$ называются *прибыточными* или *положительными*, а тѣ, которыя имѣють предъ собою знакъ $-$ *убыточными* или *отрицательными*.

§ 16. Что подъ положительными и отрицательными числами разумѣть должно, весьма изрядно изъяснить можно имѣніемъ какого нибудь человека. Числами положительными и посредствомъ знака $+$ означается то, что онъ дѣйствительно у себя имѣеть, а по чѣмъ онъ долженъ числами отрицательными или посредствомъ знака $-$. Такъ, когда кто нибудь имѣеть у себя 1000 рублей, а при томъ долженъ 250 рублей, по имѣніе его состоятъ будетъ изъ $1000 - 250 = 750$ рублей.

§ 17. Когда убыточные числа разсматриваются какъ долги, по о прибыточныхъ, какъ о дѣйствительномъ имѣніи разсуждать должно; по чему можно сказать, что убыточные числа суть менѣ нежели ничего. И такъ, когда кто никакого у себя имѣнія не имѣеть, а припомъ еще 50 рублей долженъ, по онъ дѣйствительно имѣеть 50 рублей менѣ нежели ничего; по тому что, когда бы кто подарилъ ему 50 рублей для заплаты долга его, по тогда не имѣлъ бы онъ ничего, хотя въ самомъ дѣлѣ и больше бы имѣлъ нежели прежде.

§ 18. Дабы изъяснить сіе еще примѣромъ, положимъ, что начиная отъ произвольнаго числа, напр. 10, отнимать должно безпрерывно единицу отъ всякаго

предидущаго числа, то происходитъ слѣдующій рядъ чиселъ: 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, — 1, — 2, — 3, — 4, — 5, — 6. Изъ сего видно, что всѣ числа находящіяся передъ 0, больше нежели ничего, а послѣ 0, меньше нежели ничего; и что всякое положительное число безпрестаннымъ уменьшеніемъ, дошедши сперва до 0, дѣлается отрицательнымъ.

§ 19. Всѣ сіи числа, какъ положительныя, такъ и отрицательныя, называются вообще *цѣлыми числами*, копорыя, слѣдственно, больше или меньше нежели ничего. Они называются цѣлыми числами для того, чтобы различить ихъ отъ другаго рода чиселъ, о коихъ ниже сего предложено будетъ.

§ 20. Сіе понятіе о убыточныхъ величинахъ имѣетъ наибаче примѣчанія достойно, что оно во всей Алгебрѣ весьма важно. Здѣсь надлежитъ только еще примѣчать, что:

$$1 - 1 = 0$$

$$2 - 2 = 0$$

$$3 - 3 = 0$$

$$a - a = 0$$

Сверхъ того, что 2—5 столько же какъ — 3; ибо если кто имѣетъ 2 рубля, а 5 рублей долженъ, то не только не имѣетъ онъ ничего, но еще долженъ 3 рубля, то есть, онъ имѣетъ — 3 рубля. По сему:

$$2 - 5 = -3$$

$$7 - 12 = -5$$

$$25 - 40 = -15$$

Наконецъ еще — 2—3 дѣлають — 5; ибо если я долженъ одному 2 рубля, а другому 3, то я всего 5 рублей долженъ. Такимъ же образомъ:

$$-2 - 3 = -5$$

$$-1 - 2 - 3 = -6$$

$$-3 - 5 - 7 - 9 = -24$$

и пр.