НАЧАЛЬНЫЯ ОСНОВАНІЯ

АЛГЕБРЫ,

выбранныя изъ Алгебры знаменитаго Эйлера.

Николаемъ Фуссомъ,

Санктпетербургской ИМПЕРАТОРСКОЙ Академіи наукъ и разныхъ другихъ обществъ Членомъ,

Въ пользу

Воспитанниковъ Iго Кадетскаго Корпуса.

ВЪ САНКТПЕТЕРБУРГѢ

При ономъ же Корпусѣ.
1821 года.

ЛАВЛЕНІЕ.

Гл. XII. О ра... верш...

—XIII. О р...

...дѣленіе первое.

...родахъ исчисленія простыхъ или несложныхъ количествъ.

стран.

Отдѣленіе второе.

О способахъ исчисленія составныхъ или сложныхъ количествъ.

Отдѣленіе третіе

Объ Алгебрическихъ уравненіяхъ и рѣшеніи оныхъ.

ГЛАВА I.

О Алгебрѣ вообще.

§ 1. *Величиною или количествомъ* называется все, что увеличиванію или уменьшенію подвержено. И такъ, сумма денегъ, тяжесть, пространство, суть величины, потому, что къ онымъ прибавить и отъ оныхъ отнять можно.

§ 2. По сему находятся различные роды величинъ: отсюда происходятъ разныя части математики, и въ каждой объ особливомъ родѣ величины разсуждается, какъ напр: въ геометріи о величинѣ пространства, въ механикѣ о количествахъ движенія, въ оптикѣ о количествахъ свѣта и пр. Математика вообще не иное что есть, какъ наука, показывающая какъ измѣрять количества.

§ 3. Но измѣрять данное количество не можемъ мы инако, какъ принимая другое количество того же рода за извѣстное, и означая сколько разъ сіе количество въ данномъ содержится. Такъ на пр. когда величину суммы денегъ опредѣлить должно, то принимается за извѣстное червонецъ, рубль, или другая какая монета, и показывается, сколько такихъ монетъ въ помянутой суммѣ содержится. Если какую нибудь тяжесть измѣрить должно, то принимается за извѣстное пудъ, фунтъ, или сему подобное и опредѣляется сколько разъ извѣстная тяжесть въ опредѣляемой содержится.

§ 4. Сіе содержаніе означается всегда числами; изъ чего и явствуетъ, что *число* не иное что есть, какъ содержаніе одной величины къ другой, которая произвольно за единицу берется.

§ 5. Изъ сего и слѣдуетъ, что всѣ величины могутъ выражаемы быть числами, и что познаніе различныхъ родовъ ариѳметическихъ изчисленій должно быть основаніемъ всѣхъ математическихъ наукъ.

§ 6. Но въ ариѳметикѣ предлагается только о нѣкоторыхъ родахъ изчисленія, т. е. преподаются въ оной правила для изысканія извѣстныхъ произведеній. А чтобъ рѣшить сто задачь одного рода, надлежитъ стократно повторять тотъ же образъ изчисленія. Цѣль же Алгебры напротивъ того есть та, чтобъ предлагать средства, помощію коихъ однимъ слѣдствіемъ изчисленій на всѣ задачи одного рода отвѣтствовать можно; т. е. преподавать правила для рѣшенія всѣхъ задачь, которыя о количествахъ предлагать можно, не взирая впрочемъ на особые роды сихъ количествъ. — Мы уже въ § 2 показали, что въ другихъ частяхъ математики объ особыхъ родахъ количествъ разсуждается.

§ 7. А чтобъ преподавать общія правила, не возможно въ Алгебрѣ означать количества тѣми же знаками, которые въ ариѳметикѣ къ тому служатъ, но употребляются буквы, коими по произволенію всѣ возможныя количества изображаются.

§ 8. Всѣ изчисленія, дѣлаемыя въ ариѳметикѣ числами, производятся въ Алгебрѣ буквами; ибо слагаютъ, вычитаютъ, умножаютъ и дѣлятъ оныя и пр. Однакожъ, часто означаются только сіи изчисленія особливыми знаками, о коихъ въ слѣдующихъ главахъ сказано будетъ.

ГЛАВА II.

О сложеніи и вычитаніи простыхъ количествъ.

§ 9. Когда къ какому нибудь количеству другое данное количество приложить должно, то означается сіе знакомъ +, который спереди прилагаемаго количества ставится и произносится *плюсъ* или *съ*. По сему 5 + 3 означаетъ, что число 5 должно сложить съ числомъ 3, отъ чего произойдетъ 8. И такъ 5 +3 = 8, при чемъ примѣчать должно, что знакъ = выговаривается *столько же* или *равно*.

Равнымъ образомъ будетъ:

$$12 + 7 = 19$$
$$7 + 5 + 9 = 21$$
$$18 + 3 + 7 = 28$$

и такъ далѣе.

§ 10. Все сіе весьма ясно, и изъ вышеписанныхъ примѣровъ не трудно будетъ понять, какимъ образомъ данныя количества вообще буквами слагаются. Такъ напр. $a + b$ означаетъ сумму двухъ количествъ a и b, которыя всѣ возможныя числа представлять могутъ; и $a + b + c + d$ показываетъ сумму чиселъ, четырьмя буквами a, b, c и d означенныхъ. А чтобъ помощію Ариѳметики опредѣлить сумму, или точное знаменованіе таковыхъ количествъ, то надлежитъ только знать, какія числа, какими буквами означаются. Таковыяжъ количества, какъ бы они изъ буквъ составлены ни были, называются *выраженіями*, или *формулами алгебрическими*.

§ 11. Когда надлежитъ вычесть одно количество изъ другаго, то сіе означается посредствомъ знака —, который выговаривается *минусъ* или *безъ* и спереди вычитаемаго количества ставится. По сему 8 — 5 означаетъ, что изъ числа 8 должно вычесть 5, а въ остаткѣ будетъ 3, такъ, что 8 безъ 5, столько же какъ 3. Сіе изображается такъ: 8—5=3.

Подобнымъ образомъ понять можно, что:

$$12 - 7 = 5$$

$$21 - 14 - 3 = 4$$

$$50 - 3 - 5 - 7 = 35$$

Въ семъ послѣднемъ примѣрѣ показывается, что изъ числа 50 должно вычесть 3, потомъ изъ остатка 5, и наконецъ изъ послѣдняго остатка еще 7; сіе ничто иное, какъ вычесть изъ 50 сумму 3, 5 и 7, то есть 15.

§ 12. Изъ предидущаго также легко узнать можно значеніе слѣдующей формулы: 12 — 3 — 5 + 2 — 1 = 5. Надлежитъ только сложить тѣ числа, которыя имѣютъ предъ собою знакъ +, и изъ суммы оныхъ вычесть сумму чиселъ, имѣющихъ предъ собою знакъ — 5; такимъ образомъ будетъ:

$$+12 + 2 = 14$$

$$-3 - 5 - 1 = -9$$

слѣдовательно $14 - 9 = 5$

§ 13. Изъ сихъ примѣровъ видно, что нѣтъ никакой силы въ порядкѣ, которымъ разставлены числа, и что можно оныя ставить по своей волѣ, лишь бы только каждое число означенный свой знакъ предъ собою имѣло. Такъ напр. вмѣсто прежней формулы въ § 12 показанной

$$12 - 3 - 5 + 2 - 1 = 5,$$

можно поставить слѣдующую:

$$-3 + 12 + 2 - 1 - 5 = 5 \text{ или}$$

$$2 - 1 - 5 + 12 - 3 = 5$$

и такъ далѣе. При семъ примѣчать надлежитъ, что если предъ первымъ числомъ никакой знакъ не поставленъ, то подразумѣвается знакъ +.

§ 14. Когда же теперь, чтобы по предложенному выше дѣлу дать общій разумъ, вмѣсто дѣйствительныхъ чиселъ употребятся буквы, то можно легко понять и знаменованіе оныхъ. Такъ напр. $a - b - c + d - e$ показываетъ, что отъ суммы изображенныхъ литерами a и d чиселъ, которая будетъ $a + d$, должно вычесть сумму чиселъ, b, c и e, то есть $b + c + e$.

§ 15. И такъ главное дѣло здѣсь состоитъ въ томъ, чтобъ знать какой знакъ каждое число предъ собой имѣетъ. Числа, которыя имѣютъ предъ собой знакъ $+$ называются *прибыточными* или *положительными*, а тѣ, которыя имѣютъ предъ собою знакъ $-$ *убыточными* или *отрицательными*.

§ 16. Что подъ положительными и отрицательными числами разумѣть должно, весьма изрядно изъяснить можно имѣніемъ какого нибудь человѣка. Числами положительными и посредствомъ знака $+$ означается то, что онъ дѣйствительно у себя имѣетъ, а то чѣмъ онъ долженъ числами отрицательными или посредствомъ знака $-$. Такъ, когда кто нибудь имѣетъ у себя 1000 рублей, а при томъ долженъ 250 рублей, то имѣніе его состоять будетъ изъ $1000 - 250 = 750$ рублей.

§ 17. Когда убыточныя числа разсматриваются какъ долги, то о прибыточныхъ, какъ о дѣйствительномъ имѣніи разсуждать должно; по чему можно сказать, что убыточныя числа суть менѣе нежели ничего. И такъ, когда кто никакого у себя имѣнія не имѣетъ, а притомъ еще 50 рублей долженъ, то онъ дѣйствительно имѣетъ 50 рублей менѣе нежели ничего; по тому что, когда бы кто подарилъ ему 50 рублей для заплаты долга его, то тогда не имѣлъ бы онъ ничего, хотя въ самомъ дѣлѣ и больше бы имѣлъ нежели прежде.

§ 18. Дабы изъяснить сіе еще примѣромъ, положимъ, что начиная отъ произвольнаго числа, напр. 10, отнимать должно безпрерывно единицу отъ всякаго предидущаго числа, то происходитъ слѣдующій рядъ чиселъ: 10, 9, 8, 7, 6, 5, 4, 3, 2, 1, 0, — 1, — 2, —3, — 4, — 5, — 6. Изъ сего видно, что всѣ числа находящіяся передъ 0, больше нежели ничего, а послѣ 0, меньше нежели ничего; и что всякое положительное число безпрестаннымъ уменьшеніемъ, дошедши сперьва до 0, дѣлается отрицательнымъ.

§ 19. Всѣ сіи числа, какъ положительныя, такъ и отрицательныя, называются вообще *цѣлыми числами*, которыя, слѣдственно, больше или меньше нежели ничего. Они называются цѣлыми числами для того, чтобъ различить ихъ отъ другаго рода чиселъ, о коихъ ниже сего предложено будетъ.

§ 20. Сіе понятіе о убыточныхъ величинахъ тѣмъ наипаче примѣчанія достойно, что оно во всей Алгебрѣ весьма важно. Здѣсь надлежитъ только еще примѣчать, что:

$$1 - 1 = 0$$
$$2 - 2 = 0$$
$$3 - 3 = 0$$
$$a - a = 0$$

Сверхъ того, что 2—5 столько же какъ — 3; ибо если кто имѣетъ 2 рубли, а 5 рублей долженъ, то не только не имѣетъ онъ ничего, но еще долженъ 3 рубля, то есть, онъ имѣетъ — 3 рубля. По сему:

$$2 - 5 = -3$$
$$7 - 12 = -5$$
$$25 - 40 = -15$$

Наконецъ еще — 2 — 3 дѣлаютъ — 5; ибо если я долженъ одному 2 рубли, а другому 3, то я всего 5 рублей долженъ. Такимъ же образомъ:

$$-2 - 2 = -4$$
$$-1 - 2 - 3 = -6$$
$$-3 - 5 - 7 - 9 = -24$$

и пр.