

44949

ФРК

Книгохранение

~~№ 43~~

~~0746, № 4~~

~~Перисако Гриванос Гриванос~~

44979.

ПЕРМСКАГО
УВЪЗНАГО УЧИЛИЩА.

57

ОСНОВАНІЯ ГЕОМЕТРІИ.

1961 г.

Продержено в 1963 г.

Сочиненіе

8661

СЕМЕНА ГУРЬЕВА,

АКАДЕМІИ НАУКЪ АКАДЕМИКА.



Печатано

ВЪ САНКТ-ПЕТЕРБУРГѢ,

При Императорской Академіи Наукъ
1811 года.

ВСЕПРЕСВѢТЛѢЙШЕМУ,
ДЕРЖАВНѢЙШЕМУ,
ВЕЛИКОМУ ГОСУДАРЮ
ИМПЕРАТОРУ
АЛЕКСАНДРУ ПАВЛОВИЧУ,
САМОДЕРЖЦУ ВСЕРОССИЙСКОМУ,
ГОСУДАРЮ ВСЕМИЛОСТИВѢЙШЕМУ

Всеподданнѣйшее

приношеніе.

ПРЕДИСЛОВІЕ.

ПЕРМСКАГО
УЗВІДНАГО УЧИЛИЩА

Послѣ поликаго множества изданныхъ въ свѣтъ
Елементовъ Геометріи, казалось бы совсѣмъ
излишнимъ дѣломъ еще писать оныя; однако
ища и нигдѣ не находя ни началъ сея науки
(сихъ шакъ сказать орудій, помощію коихъ вся-
кое Геометрическое доказательство совершаеп-
ся), отличительнымъ образомъ означенныхъ,
и попомъ сходственно съ симъ отличеніемъ на
самое дѣло употребленныхъ, ниже предмета
оной, въ надлежащемъ видѣ представленнаго,
и попомъ соотвѣтственно сему виду изложен-
наго, мы принужденными нашлись споль извѣ-
стную науку излагать снова. Ибо на семъ по-
кмо отличеніи началъ и видѣ, подѣ коимъ
предметъ науки себѣ представляемъ, основана
система Елементовъ Геометріи, которая, какъ
по увидимъ ниже, покмо двоякая бытъ можетъ:
или соображенная съ началами или соображен-
ная съ предметомъ. Намъ не неизвѣстно, сколь
великъ трудъ сей, и мы знаемъ всю силу сихъ
Даламбертовыхъ словъ: „Сей планъ (*) и общія
„разсужденія, копорыя мы сдѣлали въ концѣ
„члена *Elements des Sciences*, достаточны, дабы за-
„спавишь почувствовать, что шакое пред-
„пріятіе не недостойно всякаго Геометра, что
„даже оное никѣмъ инымъ не можетъ бытъ
„надлежащимъ образомъ исполнено, какъ по-
„кмо Мавемашиками перваго класса, и что на-
„конецъ, дабы соспавишь превосходные Еле-
„менты Геометріи, Декартъ, Нютонъ, Лейб-
„ницъ, Бернулліи и другіе не были бы чрезъ
„мѣру велики. Между шѣмъ ишѣ можетъ бытъ
„науки, коей бы Елементовъ сполько умноже-

(*) Encyclop. art. de Géométrie.

„но было, какъ сей, не считая тѣхъ, ко-
 „рые безъ сомнѣнія еще впредь изданы будутъ.
 „Сии Елементы большею частію сунъ пворе-
 „нія Маѳемашиковъ посредственныхъ, копо-
 „рыхъ знанія въ Геометріи часто не далѣе ихъ
 „книги проспираюшя, и копорые для сего
 „самаго неспособны надлежащимъ образомъ
 „излагать сію маперію. Но признавая спра-
 „ведливымъ шаковое разсужденіе г-на Даламбер-
 „ша, мы не находимъ однакоже систему, въ планѣ
 „его предначертанную, избраннѣйшею. Она бу-
 „дучи основана на различіи, естественномъ при
 „первомъ взглядѣ представляющемся, трехъ ро-
 „довъ пропаяженности, перебуеть великаго Ма-
 „ѳематическою строгостию пожертвованія, какъ
 „по видѣшь можно изъ Геометріи г-на Безу,
 „копорый держась предписанія Даламбершова,
 „принужденъ былъ по предполагать и называть
 „очевиднымъ слѣдствиемъ, что неминуемо дол-
 „женствовало бытъ доказано. Сверхъ того са-
 „мый предметъ Геометріи, какъ по чашашель
 „усмотритъ ниже изъ самаго сочиненія, совсѣмъ
 „не перебуеть сего столь по видимому есте-
 „ственного раздѣленія Геометріи на Геометрію
 „линій, Геометрію поверхностей и Геометрію
 „тѣлъ. Сіе только есть одинъ видъ надобности,
 „и г. Лежандръ, одинъ изъ Маѳематиковъ перва-
 „го класса, предпріявшій въ сіи послѣднія вре-
 „мена исправить Елементы Геометріи, не коле-
 „бался пренебечь оною, мѣшая свойства линий
 „съ свойствами поверхностей, какъ сдѣлалъ
 „Евклидъ. Равно и намъ сія Евклидова система
 „кажется основательнѣйшею, нежели Даламбер-
 „шова. „Вошще спарались, говоритъ Моншукла
 „(*) ; разные Геометры, коимъ разположеніе

(*) Histoire des Mathématiques par J. F. Montucla. Pa-
 ris an VII, tom. I, pag. 205.

„Евклидово не нравилось, переименишь его по-
 „рядокъ. Безсильныя ихъ покушенія доказали,
 „сколь шрудно преобразить связь, древнимъ
 „симъ Геометромъ успроенную, не ослабляя
 „силы доказательствъ. Таково было мнѣніе
 „славнаго Лейбница, котораго знаменитость
 „въ семъ дѣлѣ должна имѣть полный вѣсъ; и
 „г. Волфъ объявляющій намъ сіе (*), признаетъ
 „ся, что онъ напрасно усиливался привести
 „Геометрическія истинны въ совершеннѣйшій
 „порядокъ, и что сего сдѣлать не возможно,
 „не предположивъ чего нибудь не доказаннаго
 „или не ослабивъ много штердоспи доказа-
 „тельствъ. Англинскіе Геометры, которые вѣкъ
 „къ Геометрической точности важелся болѣе
 „другихъ соблюди, были всегда шаковаго мнѣ-
 „нія; и Евклидъ имѣлъ между ими ревностныхъ
 „себѣ защитниковъ въ разныхъ искусствившихся
 „Геометрахъ; почему у нихъ и немного шакихъ
 „книгъ, которыя облегчаютъ путь къ сей нау-
 „къ шокмо къ ея ослабленію. Они не имѣютъ
 „инаго почши руководства къ Геометріи, кро-
 „мѣ Евклидова; и пошому довольно всегда у
 „нихъ Геометровъ,,.

Но между шѣмъ, послѣ поликихъ похвалъ,
 приписуемыхъ системъ Евклидовой и послѣ
 собственнаго нашего признанія, что оная есть
 избраннѣйшая, да позволено будетъ намъ здѣсь
 сдѣлать на нее нѣкоторыя замѣчанія.

Элементы Геометріи, какая бы въ нихъ си-
 стема наблюдаема ни была, неминуемо пребуютъ
 слѣдующихъ началъ: правила наложенія, теоріи
 величинъ пропорціональныхъ и теоріи предѣ-
 ловъ. Сколько первое и второе начала въсихъ
 Элементашъ нужны и необходимы, о шомъ вся-
 кому извѣстно. Между шѣмъ не бесполезно за-

(*) Elemen. Math. t. v. § 3. art. 8.

мѣшпшь, что опѣ въораго начала не можно имѣшь никакого успѣха, доколѣ чрезъ первое не положишь пвердаго основанія; и пошому первое можно назвашь главнымъ началомъ и источникомъ нашихъ въ Геометріи познаній. Что же принадлежитъ до прешьяго начала, шо надобность и необходимость его не споль извѣсна, и пошому мы здѣсь извяснимъ оную. Въ Геометріи сверхъ прямой линіи приемлеться еще кривая, круговою называемая; и какъ сія линія совсѣмъ опшмѣнная опѣ прямой, шо ни сравненія проспранства, ею содержимаго и кругомъ называемого, съ проспранствомъ прямолинейнымъ, ни взаимнаго круговъ опношенія въ проспранствахъ прямолинейныхъ, непосредственно чрезъ правило наложенія и теорію величинъ пропорціональныхъ показашь невозможно; ибо сколь бы многосторонные многоугольники въ кругѣ ни вписывывашь или около него ни описывашь, никогда его многоугольникомъ не сдѣлаемъ, и кругъ навсегда останеться кругомъ; пошому и нужно было, сверхъ правила наложенія и теоріи величинъ пропорціональныхъ, ввести въ Геометрію еще особое начало. Сіе особое начало ешь теорія предѣловъ: всѣ доводы, какіе шокмо при упомянутомъ сравненіи и опношеніи употреблены бышь могутъ, ешьли приведены будущъ во всеобщность, обращяшя въ теорію предѣловъ (*). Мы разумѣемъ здѣсь доводы истинные, а не основанные на какомъ либо произвольномъ положеніи, какъ на примѣръ на положеніи безконечно малыхъ количествъ. И изъ доводовъ, которые употребили Архимедъ и Евклидъ при упомянутомъ сравненіи и опношеніи, произведены шѣ двѣ глав-

(*) Смощри введеніе въ сочиненіе подѣ заглавіемъ *Traité des Fluxions* par M. Maclaurin, pag. IX et X.

ныя теоріи предѣловъ истины, которыя мы въ прешней главѣ вѣпорой книги изложили, и которыя суть не иное что, какъ самыя сіи доводы во всеобщность приведенные. Сверхъ того польза и необходимость теоріи предѣловъ оказывающа еще въ тѣлахъ, не токмо ошъ круга производящихъ, но и прямолинейныхъ; ибо никоимъ образомъ равенства двухъ пирамидъ безъ теоріи предѣловъ утвердить невозможно.

Новыя Геометры къ симъ началамъ прибавили еще такъ называемыя вѣпорыя, а именно: измѣреніе угловъ дугами, и измѣреніе поверхносней и тѣлъ квадрапами и кубами; но Елементы Геометріи, собственно такъ называемые, кои имѣютъ предметомъ главныя свойства прехъ протяженносней, въ сихъ послѣднихъ началахъ, какъ относящихся по сущности своей къ Наукѣ Изчисленія, не имѣютъ ни малѣйшей надобности, и пошому изъ сихъ Елементовъ оныя начала исключены бытъ должны, тѣмъ паче, что тѣмъ какая либо наука имѣетъ менѣе началъ, тѣмъ доказательсва ея должны бытъ простѣе и естественнѣе.

Евклидъ въ своихъ Елементахъ употребилъ токмо при первыя начала: изъ главнаго, по естѣ правила наложенія, произвелъ опредѣленіе прямой линіи и прямой поверхносности или плоскосности (*). Пошомъ прилагая оное начало ко взаимному

(*) Прямая линія, говоритъ Евклидъ, естѣ та, которая *одинаково* лежитъ между своими концами (см. Евкл. Елем. к. I, опр. 4). Но что сіе значить? Безъ сомнѣнія не иное что, какъ что другая прямая лежа на тѣхъ же концахъ, лежитъ вся на первой; ибо въ противномъ случаѣ прямая линія лежала бы не одинаково между своими концами. И такъ явствуетъ, что въ семъ Евклидовомъ опредѣленіи предполагается наложеніе, котораго скрытность шутъ первый обна-

сопряженію прямыхъ линій и круговой съ прямыми, шелъ съ симъ свѣшльникомъ доколѣ могъ, и изшощивъ такъ сіе начало, принялъ въ помощь другое; онѣ чего произошли первыя шесть книгъ его Елементовъ. Мы говоримъ, шелъ, доколѣ могъ, потому что еще въ концѣ первой и второй книгъ онѣ имѣлъ надобность во второмъ началѣ, но упошибишь онаго шущѣ не хощѣлъ. Въ самомъ дѣлѣ, поелику онѣ шущѣ предлагаешѣ о превращеніи всякаго многоугольника въ параллелограммъ и квадратъ, по послѣ сего натурально предспавляется слѣдующій вопросъ: какъ превращишь всякой многоугольникъ въ равноспоронный треугодльникъ? Ибо, что квадратъ между чешыреугодльниками, по равноспоронный треугодльникъ естѣ между треугодльниками. Или лучше, поелику шущѣ содержащя всѣ нужныя правила для превращенія всякаго многоугольника въ треугодльникъ, по натурально раждаешя любопытство разрѣшишь обратный сему вопросъ, по естѣ, какъ превращишь треугодльникъ въ многоугольникъ, который бы съ другимъ даннымъ имѣлъ нѣкоторое извѣстное сходство, пошому что въ противномъ случаѣ вопросъ былъ бы неопредѣленный? И разрѣшеніе сего и многихъ другихъ подобныхъ вопросовъ въ семъ мѣстѣ, или справедливѣе, помѣщеніе шущѣ пятой и шестой книгъ Евклидовыхъ сохранило бы по правило, которое онѣ смоль сшрого соблюсти спарался, а именно, чтобы обратное предложеніе непосредственно шло по слѣ прямого. И такъ видно, что здѣсь, по естѣ въ первыхъ шести книгахъ, система Евклидова соображена болѣе съ началами, нежели съ предметами, для коихъ она пріемлюшя. Но послѣ,

ружилъ Яковъ Вильямсонъ, одинъ изъ Англинскихъ Геометровъ, мало въ ученомъ свѣтѣ извѣстный

по есть въ XI книгѣ, Евклидѣ нарушилъ сію систему, пошому что кромѣ 17, 25, 27, 32, 33, 34, 36 и 37 предложеній, всѣ прочія выведены, или могущѣ бытъ выведены, еспли Евклидѣ сего не сдѣдалъ, изъ перваго начала; а такимъ образомъ въ системѣ соображенной съ началами, а не съ предметами, для чего бы сіи прочія предложенія не показашъ непосредственно послѣ первыхъ четырехъ книгъ, а не послѣ VI, гдѣ упошреблено уже второе начало? Наконецъ въ XII книгѣ Евклидѣ наблюдаетъ паки прежнюю систему, соображенную съ началами, а не съ предметами: 1) пошому что въ каждомъ почти предложеніи сея книги упошребляется теорія предѣловъ, 2) пошому что въ системѣ, соображенной съ предметами, первое и второе предложенія, кошорыя единыя токмо къ площадямъ относящяся, не могли бы бытъ помѣщены вмѣстѣ съ тѣлами.

И такъ послѣ сихъ замѣчаній, не говоря уже о XIII, XIV и XV книгахъ, въ которыхъ, какъ прибавленіяхъ къ предѣвудущимъ книгамъ, Евклидѣ не наблюдалъ ни какого порядка, весьма ясно видно, что система его шребуешъ многихъ поправленій, и не есть споль совершенна, какъ ея панегиристамъ она кажется. Такъ же видно, что система вообще всякихъ Элементовъ Геометріи токмо двоякая бытъ можетъ: или соображенная съ началами, или соображенная съ предметами. Откуда раждается вопросъ, кошорая изъ сихъ системъ есть полезнѣйшая и превосходнѣйшая?

Для разрѣшенія онаго надлежитъ можетъ бытъ самыхъ людей раздѣлитъ на два рода: на способныхъ изобрѣшашъ новыя истинны, и не болѣе способныхъ какъ токмо понимашъ уже изобрѣшенныя. Первымъ полезна система соображенная съ началами, а другимъ соображен-

ная съ предметами; попому что первые не могутъ ограничить себя предметами, къ которымъ упомянутыя при начала приложены были ихъ предшественниками, но будущъ сами прилагать оныя, какъ нѣкія орудія, къ новымъ изысканіямъ; напросивъ же того другіе, не способны будучи дѣйствовать сими орудіями, ошъ усалосни, шакъ сказать, захошяшъ увидѣшъ конецъ своему напряженію, который не можно иначе означить, какъ когда предметы разположены будучъ въ сходственнѣйшемъ порядкѣ. Но какъ съ другой стороны люди перваго рода слѣдуя и сей послѣдней системѣ, не преминувъ усмотрѣть пружины ея, которая шѣ же самая, что и системы соображенной съ началами, то система сія соображенная съ предметами есть превосходнѣйшая, шѣмъ паче, что люди втораго рада системѣ соображенной съ началами едвали послѣдовать могутъ.

И шакъ въ семъ сочиненіи, послѣ шиковыхъ предварительныхъ разсужденій, мы не колебались употребить систему соображенную съ предметами, а не съ началами. И для сего первыхъ намъ надлежало шочно опредѣлить, въ чемъ именно состояшъ предметъ Геометріи; изъ чего мы въ состояніи были извлечь самое естественное раздѣленіе основаній Геометріи на книги, попомъ раздѣленіе каждой книги на главы, и наконецъ раздѣленіе каждой главы на главныя предложенія; что все шипашель усмотривъ изъ самаго сего сочиненія.

Между шѣмъ здѣсь не бесполезно его предупѣдомить, что еще сверхъ главнаго сего разлорядка, для шчнаго исполненія онаго, нами сдѣлано:

1) Многія изъ главъ мы раздѣлили на отдѣленія и прибавленія:

Глава раздѣлена на *отдѣленія* вѣ такомъ шокмо слушѣ, когда предметъ ея естественнo сосшoипѣ извѣ двухъ или многихъ часшей.

Прибавленія же къ главѣ приложены тогда шокмо, когда предметъ оныхъ разнишя опѣ предмета главы или своею частношю, или самою сущношю; а между шѣмъ изслѣдованіе онаго основано на учиненномъ изслѣдованіи предмета самой главы.

Но нумера предложеній, сосшавляющихъ отдѣленія и прибавленія, слѣдующѣ непрерывнымъ порядкомъ, и дѣлающѣ цѣлую главу неразрывною: сіе сокращающѣ ссылки.

2) Предложенія, сосшавляющія каждую главу, мы раздѣлили: на главные, леммы, слѣдствія и присовокупленія, и сверхъ шого большею частію каждыя извѣ оныхъ на прямыя и обратныя предложенія.

Подѣ именемъ *главныхъ предложеній* разумѣются шѣ, которыя по предмету главы непосредственнo сами собою изслѣдованію нашему представляющя.

Подѣ именемъ *леммъ* разумѣются шакія предложенія, безвѣ помощи коихъ ни самыхъ главныхъ предложеній ни представляющихя извѣ нихъ слѣдствій показашъ не можно.

Подѣ именемъ *слѣдствій* разумѣются шакія предложенія, кои или извѣ главныхъ предложеній, или леммъ, или извѣ шѣхъ и другихъ свѣ довольною удобношю произведены бышъ могушѣ, и изслѣдованію нашему по предмету сихъ предложеній, или доказательству оныхъ, непосредственнo представляющя.

Подѣ именемъ же *присовокупленій* разумѣются самоближайшія слѣдствія, производящія извѣ какого бы шo ни было рода предвѣдущихъ предложеній.

Наконецъ сущность *прямыхъ и обратныхъ предложений*, могущихъ бытъ во всѣхъ доселѣ извѣстныхъ родахъ оныхъ, состоишь во взаимной противоположности.

3) Для уменьшенія числа предложений мы не рѣдко прямое и обратное предложения излагали вмѣстѣ, и наипаче симъ образомъ поступали въ леммахъ и слѣдствіяхъ, есѣли шолько слѣдствія, дальнѣйшія или ближайшія, изъ прямыхъ сего рода предложений представляющіяся, пому не препятствовали; въ случаѣ же изложенія прямого и обратнаго предложений порознь, наблюдали, чтобы послѣ прямого предложения сперва изложены были всѣ слѣдствія онаго, а потомъ бы помѣщено было обратное предложение и слѣдствія онаго, каковыя извлечены бышь могутъ.