ОСНОВАНІЙ ГЕОМЕТРІИ,

Составляющихъ

Первую Часть

Морскаго Учебнаго Курса,

КНИГА ТРЕТЬЯ.

ВЪ С. ПЕТЕРБУРГѢ

При Морской Типографіи 1806 года.

КНИГА ТРЕТIЯ.

О свойствахъ, которыя имѣютъ мѣсто при взаимномъ сопряженiи прямыхъ поверхностей или плоскостей съ прямыми линiями и плоскостями.

Во первыхъ при сопряженiи плоскости съ прямыми линiями, внѣ ея протянутыми, ничего болѣе разсужденiю нашему не представляется, какъ одно токмо положенiе сихъ линiй въ разсужденiи той плоскости; откуда происходятъ перпендикулярныя, параллельныя и наклонныя линiи къ плоскости. Потомъ при сопряженiи плоскостей, и во первыхъ двухъ, такъ же не болѣе представляется, какъ взаимное ихъ одной въ разсужденiи другой положенiе; откуда происходятъ взаимно перпендикулярныя, параллельныя и наклонныя плоскости. При сопряженiи же трехъ плоскостей представляются разсужденiю нашему слѣдующiе случаи: двѣ изъ сихъ плоскостей сопряженныхъ третьею или встрѣчаются по которую ниесть сторону или не встрѣчаются ни по которую. Положимъ во первыхъ, что тѣ двѣ плоскости сопряженныя, или все тоже, пресѣченныя третьею встрѣчаются по которую ниесть сторону; поелику взаимное пресѣченiе встрѣчающихся плоскостей есть линiя прямая (Вв. ч. 24), то здѣсь паки представляются два случая, а именно: сiя прямая линiя, составляющая взаимное пресѣченіе двухъ плоскостей, пресѣченныхъ третьею, такъ же или встрѣчается съ сею третьею плоскостію по которую ниесть сторону, или не встрѣчается ни по ту ни по другую: въ первомъ случаѣ, оная прямая встрѣтится и съ тѣми прямыми, которыя суть взаимныя пресѣченія тѣхъ двухъ плоскостей съ третьею, ибо такъ какъ прямая линія встрѣчается съ плоскостію въ одной токмо точкѣ (Вв. ч. 20), то двѣ первыя плоскости проходя чрезъ сію линію, которая есть взаимное ихъ пресѣченіе, пройдутъ и чрезъ точку ея встрѣчи съ третьею плоскостію, и потому чрезъ сію самую точку пройдутъ такъ же и ихъ пресѣченія съ сею третьею плоскостію; отсюда происходитъ неопредѣленное пространство, которое толстымъ угломъ называется; въ другомъ же случаѣ, гдѣ та прямая линія, составляющая взаимное пресѣченіе двухъ плоскостей, не встрѣчается съ третьею плоскостію ни по которую сторону, и называется линіею параллельною плоскости, не встрѣчается такъ же и ни съ которымъ пресѣченіемъ тѣхъ двухъ плоскостей съ сею третьею плоскостію, и слѣдовательно есть имъ параллельна, ибо иначе выдетъ противное предположенному въ семъ случаѣ; отсюда происходитъ, какъ и въ первомъ случаѣ, такъ же неопредѣленное пространство, которое, для отличія отъ перваго, назвать можно призматическимъ, какъ то ниже сего увидимъ. Положимъ теперь, что упомянутыя двѣ плоскости, сопряженныя третьею, не встрѣчаются ни по которую сторону, сколь бы далече продолжены ни были, тоесть суть параллельны между собою; въ семъ случаѣ мы ничего болѣе не приобрѣтаемъ, какъ одно токмо понятіе о содержащихся между ими и сопрягающею ихъ третьею плоскостію пространствахъ, которыя паче неопредѣленны, нежели прежнія.

Послѣ всѣхъ сихъ подробностей, мы достигаемъ къ слѣдующему достопримѣчательному заключенію, что тремя взаимно сопряженными плоскостями опредѣленнаго пространства ни коимъ образомъ заключить не можно, и что, слѣдовательно, дабы къ тому достигнуть, надобно употребить еще одну, двѣ, три и такъ далѣе, плоскости. И дѣйствительно, когда три плоскости, содержащія упомянутой выше толстой уголъ, сопряжемъ, или все тоже, пресѣчемъ четвертою плоскостію, то тотчасъ заключится опредѣленное пространство, которое пирамидою называется; такъ же, когда три плоскости содержащія упомянутое выше призматическое пространство, пресѣчемъ двумя плоскостями или параллельными или не параллельными между собою, то паки заключится опредѣленное пространство, которое призмою именуется, просто или вкось усѣченною; и сіи суть первые виды тѣлъ, кои въ Геометріи намъ представляются (*).

Какъ отъ упомянутаго выше толстаго угла, кото-

(*) Здѣсь достойно примѣчанія, что пирамиды и призмы суть первые виды тѣлъ въ Геометріи, ибо онѣ же, какъ то изъ кристаллообразованія многихъ естественныхъ тѣлъ заключить можно, суть первые виды тѣлъ и въ самой природѣ.

КНИГИ ТРЕТЬЕЙ

ГЛАВА I.

О линіяхъ и плоскостяхъ перпендикулярныхъ, параллельныхъ и наклонныхъ, первыхъ относительно къ плоскости, а другихъ взаимно.

Главу сію составляютъ слѣдующія главныя предложенія:

1). Ежели къ двумъ прямымъ, взаимно пресѣкающимся, при точкѣ ихъ пресѣченія будетъ перпендикулярна третья прямая; то оная будетъ перпендикулярна и ко всякой прямой протянутой чрезъ ту точку пресѣченія въ плоскости тѣхъ двухъ прямыхъ.

2). И обратно, ежели прямая будетъ перпендикулярна болѣе, нежели къ двумъ другимъ прямымъ, протянутымъ чрезъ одну ея точку; то всѣ сіи другія прямыя будутъ въ одной и той же плоскости: въ разсужденіи которой та прямая и называется перпендикулярною.

3). Ежели двѣ прямыя будутъ перпендикулярны къ одной и той же плоскости; то оныя будутъ параллельныя между собою.

4). И обратно, ежели изъ двухъ параллельныхъ прямыхъ встрѣчающихся съ плоскостію, одна будетъ перпендикулярна къ сей плоскости; то и другая такъ же будетъ перпендикулярна къ той плоскости.

5). Ежели прямая, находящаяся внѣ плоскости, будетъ параллельна другой прямой, находящейся въ самой плоскости; то она съ сею плоскостію никогда не встрѣтится, сколь бы обѣ сіи протяженности далече продолжены ни были: таковая прямая называется параллельною плоскости.

6). И обратно, ежели чрезъ прямую, параллельную плоскости, пройдетъ другая плоскость, пресѣкающая первую въ какой ниесть прямой; то та прямая будетъ параллельна сему пресѣченію.

7). Ежели чрезъ прямую, параллельную плоскости, пройдутъ двѣ другія плоскости, пресѣкающія первую въ какихъ ниесть прямыхъ; то пресѣченія сіи будутъ параллельны какъ той прямой, чрезъ которую проходятъ плоскости, такъ и между собою.

8). И обратно, ежели чрезъ одну прямую проходящія двѣ плоскости пресѣкутся съ третьею въ прямыхъ параллельныхъ; то оныя прямыя будутъ параллельны той прямой, чрезъ которую проходятъ плоскости, и та прямая параллельна плоскости, съ которою сіи послѣднія пресѣкаются.

9). Параллельныя прямыя встрѣчающіяся съ плоскостію, имѣютъ равные углы наклоненія къ сей плоскости.

10). Ежели чрезъ прямую, перпендикулярную къ плоскости, пройдетъ какъ ниесть другая плоскость; то изо всякой точки взаимнаго сѣченія плоскостей проведенная прямая въ сей другой плоскости перпендикулярно къ оному сѣченію, будетъ перпендикулярна къ первой плоскости: таковая плоскость называется перпендикулярною къ сей первой плоскости.

11). Ежели двѣ взаимно пресѣкающіяся плоскости будутъ перпендикулярны къ третьей плоскости; то и взаимное ихъ сѣченіе будетъ перпендикулярно къ сей третьей плоскости.

12). Плоскости, къ которымъ одна и таже прямая есть перпендикулярна, не встрѣчаются ни по которую сторону: таковыя плоскости называются параллельными.

13). И обратно, прямая перпендикулярная къ одной изъ параллельныхъ плоскостей, есть перпендикулярна и къ другой.

14). Плоскости, къ которымъ одна и таже плоскость, пресѣкающая овыя въ параллельныхъ прямыхъ, есть перпендикулярна, суть параллельны между собою.

15). И обратно, плоскость перпендикулярная къ одной изъ пресѣкаемыхъ ею параллельныхъ плоскостей есть перпендикулярна и къ другой.

16). Плоскости параллельныя одной и той же плоскости, суть такъ же и между собою параллельны.

17). Параллельныя плоскости, встрѣчающіяся съ одною и тою же плоскостію въ какихъ ниесть прямыхъ, имѣютъ равные углы наклоненія къ сей плоскости.

Предложение I.

Черт. I. Ежели къ двумъ прямымъ (AB, CD), взаимно пресѣкающимся, при точкѣ ихъ пресѣченія (E) будетъ перпендикулярна третья прямая (EF); то оная будетъ перпендикулярна и ко всякой прямой (GH), протянутой чрезъ ту точку пресѣченія въ плоскости тѣхъ двухъ прямыхъ.

Отсѣки равныя прямыя AE, BE и равныя прямыя CE, DE (к. 1, г. 2, п. 4); чрезъ E въ плоскости прямыхъ AB, CD протяни какъ ниесть прямую GH, и соедини точки A и B съ D и C прямыми AD и BC; потомъ отъ какой ниесть точки F прямой EF проведи прямыя FA, FB, FC, FD, FG и FH, и говори: поелику въ треуг—хъ AED и BEC, AE=BE, DE=CE, по строенію, и уг. AED=уг. BEC (к. 1, г. 2, п. 14), то будетъ треуг. AED=треуг. BEC, AD=BC и уг. DAE=уг. CBE (к. 1, г. 2, п. 1); и какъ сіи углы суть въ треуг—хъ AGE и BHE, и въ оныхъ сверхъ того уг. AEG=уг. BEH (к. 1, г. 2, п. 14) и AE=BE, по строенію, то будетъ треуг. AGE=треуг. BHE, AG=BH и EG=EH (к. 1, г. 2, п. 32). Потомъ, поелику въ треуг—хъ AEF и BEF, AE=BE, по строенію, уг. AEF=уг. BEF, будучи каждой прямой, и EF общая, то будетъ треуг. AEF=треуг. BEF и AF=BF (к. 1, г. 2,