МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»

Математический факультет

ВОПРОСЫ МАТЕМАТИКИ, ЕЁ ИСТОРИИ И МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ В УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТАХ

Выпуск 7

Материалы межрегиональной научно-практической конференции
студентов математических факультетов

Пермь
ПГГПУ
2014

УДК 517
ББК В 11
В 748

В 748 **Вопросы математики, её истории и методики преподавания в учебно-исследовательских работах:** матер. межрегион. науч.-практ. конф. студентов матем. фак-тов / ред. кол.: Ю.В. Корзнякова, И.В. Косолапова; под общ. ред. Ю.В. Корзняковой; Перм. гос. гуманит.-пед. ун-т. – Пермь, 2014. – Вып. 7. – 55 с.

Представлены исследования студентов и магистрантов математических факультетов педагогических вузов.

Издание адресовано специалистам, бакалаврам, магистрантам математических направлений.

УДК 517
ББК В 11

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета

Издано при поддержке Проекта № 13 «Совершенствование профориентационной работы и развитие довузовской подготовки» Программы стратегического развития ПГГПУ на 2012–2016 гг.

СОДЕРЖАНИЕ

РАЗДЕЛ 1. МАТЕМАТИКА, ЕЕ ИСТОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ 6

А.А. Давыдова
РЕШЕНИЕ Л. ЭЙЛЕРОМ ОДНОЙ ИЗ КЛАССИЧЕСКИХ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ 6

Н.Ю. Вологжанина, М.В. Рахманова
ИЗ ИСТОРИИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПОНЯТИЯ О ЧИСЛЕ 5

Д.И. Латышев
О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ВНУТРИБАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ЭКСПЕРТИЗЫ СТРЕЛКОВОГО ОРУЖИЯ ВТОРОЙ МИРОВОЙ ВОЙНЫ 9

Е.М. Маленьких
РАЗВИТИЕ АРИФМЕТИКИ В СРЕДНЕВЕКОВОЙ ИНДИИ 10

А.А. Пуриньш
НАХОЖДЕНИЕ ПЛОЩАДИ ФИГУРЫ, ОГРАНИЧЕННОЙ ЛЕПЕСТКОМ ПОЛЯРНОЙ РОЗЫ 11

В.В. Белькова
МАТРИЧНЫЕ ГРУППЫ И ИХ ПОДГРУППЫ 12

Г.С. Бушуев
О ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИИ ФУНКЦИЙ В НЕСТАНДАРТНОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ 13

Д.С. Степанова
О ПОСТРОЕНИИ МНОЖЕСТВА ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ПО ДЕДЕКИНДУ 15

Д.С. Степанова
ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА АЛГЕБРАИЧЕСКИХ И ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ ЧИСЕЛ 16

Н.В. Чиж
О РАННИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ НА ЭКСТРЕМУМ 17

Д.С. Шардаков
О ЛИНЕАРИЗАЦИИ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ НА ПРИМЕРЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ 18

А.А. Апрышкина
НАЧАЛА ЯПОНСКОЙ АРИФМЕТИКИ 19

К.А. Пермякова
ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА НАТУРАЛЬНОГО РЯДА 21

А.В. Юдина
ОРИГАМИ И ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЯ 22

А.В. Богданов
ТИПЫ ОШИБОК В МАТЕМАТИЧЕСКИХ РАССУЖДЕНИЯХ 23

РАЗДЕЛ 2. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ 24

И.Ю. Горбунова
УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ ДЕЙСТВИЯ В ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ 24

Н.А. Казанцева
ПРОДУКЦИОННЫЕ МОДЕЛИ УЧЕБНОГО СОДЕРЖАНИЯ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО 25

Л.Н. Прудникова
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО 3D МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ПЕРВЫХ РАЗДЕЛОВ КУРСА СТЕРЕОМЕТРИИ 27

П.Ю. Рябкова
ПРОБЛЕМЫ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ 29

Д.В. Юрченко
ОБ ИНТЕРАКТИВНЫХ ФОРМАХ И МЕТОДАХ ОБУЧЕНИЯ В РАЗВИТИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ СТУДЕНТОВ 30

А.В. Красносельских
ИНТЕРАКТИВНЫЕ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ ПРИЛОЖЕНИЯМ ПРОИЗВОДНОЙ В ПРОФИЛЬНОЙ ШКОЛЕ 32

А.В. Колотыгин, В.Н. Стибикин
ПРАКТИЧЕКИЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ГЕОМЕТРИИ 34

О.Д. Быкова, П.А. Скуйбида
ЗАДАЧИ НА ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ СЕЧЕНИЙ МНОГОГРАННИКОВ... 35

А.А. Гребенев
ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАНЯТИЙ КУРСА ПО ВЫБОРУ 36

Н.А. Минигулов
ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЕГЭ ТИПА С6 37

М.А. Онохова
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВОПРОСОВ КРАЕВЕДЕНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ 38

С.В. Хорошилова
МЕТОД ПРОЕКТОВ В ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ УЧАЩИХСЯ КОЛЛЕДЖА 39

Л.С. Плотникова
ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕСТОВ В ОЦЕНКЕ СФОРМИРОВАННОСТИ ЛОГИЧЕСКИХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ УЧАЩИХСЯ 5-6-х КЛАССОВ 40

Н.В. Банникова
УРОК-ПРАКТИКУМ «ПОСТРОЕНИЕ ПЛОСКИХ ЛИНЕЙНЫХ МНОЖЕСТВ ТОЧЕК С ПОМОЩЬЮ ГРАФИКОВ ЛИНЕЙНОЙ И КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИЙ» 41

А.С. Кобелева
ЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СУЖДЕНИЙ КАК НЕОБХОДИМЫЙ КОМПОНЕНТ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ 42
Э.Г. Пушкарева
УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ШКОЛЬНИКОВ 43
Т.А. Павлова
ТИПОЛОГИЯ ЗАДАЧ ЛИНИИ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ВЫРАЖЕНИЙ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ 45
Т.А Лопоухова
ПРИМЕНЕНИЕ МУЛЬТИМЕДИЙНЫХ СРЕДСТВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ВЕКТОРЫ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ 46
К.Н. Наметова
ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ МЕТОДОВ В ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ 47
Н.И. Политова
СЛОЖНОЕ ОТНОШЕНИЕ ЧЕТЫРЕХ ТОЧЕК ПРЯМОЙ В ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ 48
Л.Р. Карамова
О РЕШЕНИИ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ КОМПЬЮТЕРА 49
И.Л. Тарасова
РАЗВИТИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ 50
Д.П. Гребенщикова
МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТУРНИРЫ Е.А. ДЫШИНСКОГО: СОВРЕМЕННЫЙ ПОДХОД 51
Т.А. Старикова
ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ 52
З.С. Чиркова
ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ АРИФМЕТЧЕСКИХ ЗАДАЧ 54

РАЗДЕЛ 1. МАТЕМАТИКА, ЕЕ ИСТОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ

А.А. Давыдова
Пермь, ПГГПУ, 2 курс магистратуры
Научный руководитель: д-р физ.-мат. наук, профессор *А.Е. Малых*

РЕШЕНИЕ Л. ЭЙЛЕРОМ ОДНОЙ ИЗ КЛАССИЧЕСКИХ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ

Исследования Леонарда Эйлера (1707–1783) сыграли определяющую роль в развитии комбинаторного анализа. Он либо решал, либо формулировал и тем самым значительно продвигал формирование многих из так называемых «классических комбинаторных задач». Под таковыми понимают всевозможные расположения элементов конечных дискретных множеств в соответствии с определенными правилами. Таких задач десять. Несмотря на простоту их формулировок, они на протяжении большого промежутка времени не поддавались решению и явились исходными при становлении и формировании ряда научных направлений современных математических дисциплин.

В данном сообщении изложены некоторые моменты связанные с решением Л. Эйлером большой группы задач, относящихся к классической «Задаче о встречах», дан анализ различных её интерпретаций, предложенных учёным в ряде своих мемуаров; установлен его приоритет в получении математических результатов одной из проблем, связанных с расположением элементов рассматриваемых множеств.

Выполненное нами исследование решения «Задачи о встречах» относится к теории перечислений – центральной части комбинаторного анализа, имеющей большую историю и наиболее разработанную в теоретическом плане. Истоки её относятся ко второй половине XVII в. Она является усиленной формулировкой задачи «китайских церемоний», о которых упоминал ещё Н. Тарталья в «Трактате о числе и мере» [1].

В «Задаче о встречах» требуется найти число перестановок из n элементов, в которых ровно k, ($k=\overline{0;n}$) не сохраняют своих позиций.

Первые исследования Эйлера по этой проблеме находятся в неопубликованных пятой (H_5) и шестой (H_6) «записных книжках». Имеются в виду 12 больших переплетенных тетрадей общим объемом около 4000 страниц, написанных мелким почерком главным образом на латинском и немецком языках, – научные дневники полувековой деятельности ученого. Записи относятся к 1749–1757 гг.

В H_6 она имела формулировку: «Пусть числа 1, 2, 3…, n размещены в ячейках I, II… Требуется заполнить ячейки числами всевозможными способами так, чтобы точно одно или два, или три и т.д. не занимали своих ячеек. Ученый дал *аналитическое решение* задачи для нахождения конкретных значений k и n $(k = \overline{0;5};\ n = \overline{3;8})$. В заключительной части мемуаров представлены две таблицы. В первой число N элементов, сохраняющих позиции, связано с количеством P всевозможных исходов, удовлетворяющих условию «Задачи о встречах». Во второй таблице даны решения этой задачи для конкретных k и n $(k = \overline{0;7};\ n = \overline{1;7})$. Также в ней помещены частные решения *задачи о полном смещении элементов*, т.е. когда $n = k$.

Впервые последняя задача была сформулирована П.Р. де Монмором (1708). Она заключалась в отыскании числа перестановок, в которых ни один из элементов не занимает своих первоначальных позиций. В комбинаторном анализе она известна как *задача о парных картах*. К её решению Эйлер обращался неоднократно; впервые в 1751 г. в труде «Вычисление вероятности в игре “встреча”» [2]. Задача была сформулированной на *языке карточных игр* и решалась средствами теории вероятностей. В работе просматривается приём, которым часто пользовался Эйлер: вначале изучал частные случаи, затем усложнял их, после чего переходил к решению в общем случае.

В 1776 г. к *задаче о парных картах* Эйлер обращался дважды. В «Исследование магического квадрата нового типа» (1782) [3] он выполнил подсчеты латинских $2 \times n$ – прямоугольников, найдя их число N для $n = \overline{1;10}$. Общей формулы он не получил, но нашёл *алгебраическим путём* две рекуррентные. В одной каждый последующий член определялся тремя предыдущими, а во второй – лишь одним.

Спустя полгода Эйлер представил доклад «Решение любопытного вопроса из учения о сочетаниях» [4], в котором вновь обратился к задаче о полном смещении элементов. Поиск решения на этот раз сразу осуществлялся *алгебраическим путем*. Он отыскал рекуррентную зависимость и, подметив интересную закономерность, нашел число таких перестановок.

Частный случай «задачи о встречах» ещё раз появляется в записях Эйлера, но сформулирован он уже в *терминах шахматной игры*: расставить n ладьей на доске размера $n \times n$ на взаимно не атакующих позициях; кроме того, запрещалось располагать фигуры на главной диагонали. Эйлеру так и не удалось найти общее решение задачи о полном смещении элементов, однако результаты исследований показывают, что он вплотную подошел к нему.

Во второй половине XIX в. ряд видных учёных вновь обратились к «Задаче о встречах». Почти одновременно общее решение для частного случая нашли Н. Вейраух в алгебре и С. Кантор – в комбинаторном анализе: $n!(\frac{1}{2!} - \frac{1}{3!} + \frac{1}{4!} - \ldots + (-1)^n \frac{1}{n!}) = n!\sum_{r=2}^{n} \frac{(-1)^r}{r!}$. И. Вейраух, занимавшийся теорией определителей, по индукции получил общее решение задачи $(n-m)!C_m^n \sum_{r=2}^{n-m} \frac{(-1)^r}{r!}$, где m – число несмещенных элементов. А. Кэли (1890), занимаясь подсчетом латинских квадратов, также нашел общее решение задачи о полном смещении элементов, которое затем обобщил. Решение имело вид:

$n(n-1)...(n-\lambda+1)(1-\frac{1}{1!}+\frac{1}{2!}-\frac{1}{3!}+...+(-1)^{\lambda}\frac{1}{\lambda!}$, где $(n-\lambda)$ – число несмещенных элементов.

В поисках решения «Задачи о встречах» Л. Эйлер был не одинок. Его искали многие ученые на протяжении XVIII и XIX столетий. Видное место среди них занимали и немецкие математики комбинаторной школы К.Д. Гинденбурга.

Список литературы

1. *Tartaglia N.* Trattato de numeri e misure / N. Tartaglia. – Venetia, 1556.
2. *Euler L.* Calcul de la probabilite dans le jeu de rencontre / L. Euler // Opera Omnia, 1923. – Vol. I_7.– P. 11–25.
3. *Euler L.* Recherches sur une nouvelle espece de carres magiques / L. Euler // Opera Omnia, 1923.– Vol. I_7.– P. 291–392.
4. *Euler. L.* Solutio quaestionis curiosae ex doctrina combinationum / L. Euler // Opera Omnia, 1923. – Vol. I_7.– P. 435–440.

Н.Ю. Вологжанина, М.В. Рахманова
Глазов, ГГПИ, 3 курс
Научный руководитель: ст. преп. *М.В. Волкова*

ИЗ ИСТОРИИ ВОЗНИКНОВЕНИЯ ПОНЯТИЯ О ЧИСЛЕ

Понятие числа, возникшее еще в глубокой древности, является одним из фундаментальных понятий математики, и нельзя считать, что его развитие уже завершено. Развитие этого понятия оказало существенное влияние на прогресс уже существовавших разделов математики, способствовало возникновению новых её направлений.

Перед авторами была поставлена цель: изучить и систематизировать материал по истории возникновения различных видов чисел и познакомиться с некоторыми наиболее интересными вопросами теории чисел.

История возникновения и развития понятия числа изложена в работе в хронологическом порядке, начиная с древнейших времен и заканчивая введением в математику в середине XIX в. кватернионов. Отмечено, что вопрос обоснования понятия натурального числа долгое время в науке не ставился. Лишь в 70-х гг. XIX в. Г. Кантор в своих работах дал отчетливое определение этого понятия на основе понятия множества. Показано, что введение отрицательных чисел было связано с развитием алгебры, а совокупность рациональных чисел недостаточна для изучения непрерывно изменяющихся переменных величин. Особо подчеркнута роль И. Ньютона в определении понятия действительного числа. Рассмотрены такие этапы в развитии понятия числа, как введение комплексных чисел и построение «гиперкомплексных» чисел (в том числе кватернионов). Отмечен вклад Дж. Кардано, Э. Галуа, К. Гаусса, Р. Декарта, Л. Эйлера, У. Гамильтона в развитие этих понятий.

Особый интерес в работе представляют и обобщения понятия числа в других направлениях, например, количественные и порядковые трансфинитые числа (разделы математики, связанные с теорией множеств), *p*-адические числа (современная теория чисел).

Д.И. Латышев
Пермь, ПГНИУ, 4 курс
Научный руководитель: д-р техн. наук, профессор *О.Г. Пенский*

О МАТЕМАТИЧЕСКОЙ СОСТАВЛЯЮЩЕЙ ИНФОРМАЦИОННОЙ СИСТЕМЫ ВНУТРИБАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ЭКСПЕРТИЗЫ СТРЕЛКОВОГО ОРУЖИЯ ВТОРОЙ МИРОВОЙ ВОЙНЫ

В разработке информационной системы внутрибаллистической экспертизы вооружения времён Второй мировой войны предусматривается определение вида оружия и нахождение расстояния, с которого был произведен выстрел по заданным параметрам: калибру, массе пули, величине проникания её в преграду. Вычисление расстояния и указание типа оружия могут быть выполнены в четырёх режимах:

– если известны калибр оружия, масса пули и величина проникания её в преграду;

– если известны масса пули и величина проникания её в преграду;

– если известны калибр оружия и величина проникания пули в преграду;

– при известной величине проникания пули в преграду.

При определении первоначальной скорости полета пули используют следующую математическую модель. Скорость соударения пули с преградой описывается уравнением $v_0 = \frac{h}{K_n} \cdot \frac{d^2}{m}$, где v_0 – скорость снаряда при попадании в преграду, h – величина проникания его в преграду, K_n – коэффициент податливости преграды, d – калибр, m – масса пули. Если оружия, соответствующего известным характеристикам, в сформированной базе данных нет, и все дульные скорости помещенного в неё стрелкового оружия больше скорости соударения пули с преградой, программа обращается к описанию движения пули в воздухе после вылета её из канала ствола на основе следующей задачи Коши:

$$\begin{cases} m\dfrac{dv}{dt} = -F(v) \\ \dfrac{dl}{dt} = v \end{cases} \quad \text{с начальными условиями} \quad \begin{cases} l(0) = 0 \\ v(0) = v_0 \end{cases},$$

где v – скорость полета пули, $F(v)$ – сила сопротивления воздуха движению пули, m – масса пули, l – расстояние полета пули, t – время.

Предполагая, что из стрелкового оружия производится прямой выстрел в преграду, и без учета силы тяжести, действующей на пулю, решается задача Коши с применением численного метода Эйлера. Осуществление численного решения задачи Коши производится до тех пор, пока скорость полета пули при прямой наводке не станет с заданной точностью равной скорости соударения пули с преградой. Это позволяет при обновленной информации повторно обратиться к базе данных для определения вида стрелкового оружия, из которого выпущена пуля.

Е.М. Маленьких
Пермь, ПГГПУ, 4 курс
Научный руководитель: д-р физ.-мат. наук, профессор *А.Е. Малых*

РАЗВИТИЕ АРИФМЕТИКИ В СРЕДНЕВЕКОВОЙ ИНДИИ

Первое тысячелетие до н.э. ознаменовало появление в Индии священных книг брахманов-священников «Веды» («Знания»). С VI в. до н.э. происходил постоянный захват индийских территорий, пока, спустя почти десять веков, Северную и Центральную Индию объединила династия Гупта. В этом царстве в V–VI вв. работали Ариабхата, Варахамихира; в VII в. – Брахмагупта. В VII–VIII вв. «сиддханты», а также труды Ариабхаты и Брахмагупты, переведенные на арабский язык, стали известными в странах ислама.

Большинство научных индийских трактатов написаны на санскрите – языке религиозных книг брахманов, объединившем многочисленные народы Индии, которые говорили на различных языках [1].

Наши знания о математике древней и средневековой Индии неполные, и о некоторых этапах её развития нельзя судить определенно. Ряд сведений о математике древней Индии можно почерпнуть из комментариев к «Ведам», «Шульва сутре» («Правила веревки», VII–VI вв. до н.э.).

В V в. индийцы создали позиционную десятичную систему счисления. Наиболее ранним свидетельством сформированности такой нумерации является рукопись Себохта (662), написавшего: «Я не стану касаться науки индийцев…, их систем счисления, превосходящей все описания. Я хочу лишь сказать, что счет производится с помощью девяти знаков» [2]. Благодаря индийцам, десятичная нумерация через страны ислама проникла и в средневековую Западную Европу, и распространилась по всему миру.

В сообщении представлен многовековой процесс формирования и усовершенствования индийской нумерации «Дхули-карма». Уделено внимание различным приемам выполнения сложения, вычитания, умножения, деления; нескольким способам возведения в квадрат и куб. Извлечение квадратного корня из числа основано на разложении квадрата двучлена, но при этом, как и при извлечении кубического корня, схема Горнера не применяется. Так как при выполнении арифметических действий индийцы стирали промежуточные результаты, то было невозможно проверить правильность окончательных результатов. Для этого уже в X в. математиками было разработано «правило девятки», которое также через учёных исламских стран получило в средние века широкое распространение по всем странам и континентам.

Нами проиллюстрированы более шести правил решения арифметических задач: простое и сложное (прямое и обратное) тройные, обращения, одного и двух ложных положений и др. На основе полученного материала была разработана и проведена игра для учащихся общеобразовательных школ (5–6-х классов).

Список литературы

1. *Юшкевич А.П.* История математики в средние века /А.П. Юшкевич – М.: Наука, 1961.

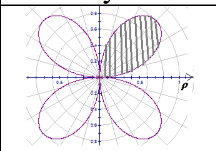
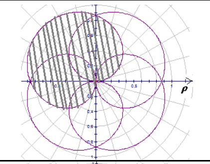
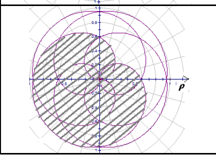
2. *Nau F.* Notes d'astronomie syrienne / F. Nau // J. asiatique. – Ser. 6. – 1910. – V.16. – P.225.

А.А. Пуриньш
Пермь, ПГГПУ, 4 курс
Научный руководитель: ст. преп. *Л.Г. Недре*

НАХОЖДЕНИЕ ПЛОЩАДИ ФИГУРЫ, ОГРАНИЧЕННОЙ ЛЕПЕСТКОМ ПОЛЯРНОЙ РОЗЫ

В полярной системе координат нахождение площади фигуры, ограниченной кривой, сводится к нахождению определённого интеграла $S=\frac{1}{2}\int_{\varphi_1}^{\varphi_2}\rho^2(\varphi)d\varphi$ [1]. В зависимости от коэффициентов, входящих в уравнение кривой, заданной в полярной системе координат, изменяются и площади фигур. Площадь фигуры, ограниченной одним лепестком полярной розы ($\rho = a\sin(k\varphi)$), при $a=1$ вычисляется по формуле: $S=\frac{1}{4}\left(\varphi-\frac{1}{2k}\sin(2k\varphi)\right)\Bigg|_{\varphi_2}^{\varphi_1}$.
В таблице представлены данные для четырехлепестковой розы с различными коэффициентами $k=\frac{2}{m}$, где $m=2n-1$, при $n\in N$.

Таблица

k	Рисунок	Формула	φ	Площадь одного лепестка
$k = 2$		$\rho = sin(2\varphi)$	$\left[0; \frac{\pi}{2}\right]$	$S = \frac{\pi}{8}$
$k = \frac{2}{3}$		$\rho = sin\left(\frac{2}{3}\varphi\right)$	$\left[0; \frac{3\pi}{2}\right]$	$S = \frac{3\pi}{8}$
$k = \frac{2}{5}$		$\rho = sin\left(\frac{2}{5}\varphi\right)$	$\left[0; \frac{5\pi}{2}\right]$	$S = \frac{5\pi}{8}$

Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что площадь фигуры, ограниченной одним лепестком полярной розы $\rho = \sin(k\varphi)$, зависит от значения коэффициента k. Если $k = \frac{2}{m}$, то площадь фигуры, заданной уравнением $\rho = \sin\left(\frac{2}{m}\varphi\right)$, увеличивается в m раз по сравнению с таковой, ограниченной лепестком розы, заданной уравнением $\rho = \sin(2\varphi)$.

Список литературы

1. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления: в 3 т. / Г.М. Фихтенгольц. Т.2.– 8-е изд. – М.: Физматлит, 2003.

В.В. Белькова
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *В.И. Данилова*

МАТРИЧНЫЕ ГРУППЫ И ИХ ПОДГРУППЫ

Теория групп имеет большую содержательную историю. Возникла она благодаря работам французского математика Эвариста Галуа. Огромный вклад в её развитие внесли О. Коши, Ф. Фробениус, О. Шмидт и другие учёные.

К настоящему времени этот раздел математики превратился в широко развитую содержательную науку, занимающую одно из первых мест в современной алгебре. Многочисленность стоящих перед ней конкретных проблем, а также существование направлений, по которым работа началась лишь в самое последнее время, позволяют считать, что теория групп ещё далека от завершения.

Простым и окончательно решённым вопросом в случае конечных групп можно считать теорию абелевых групп. К ней относятся матричные группы определённого вида и их подгруппы [2].

В зависимости от введенных на множествах матриц алгебраических операций различают аддитивные и мультипликативные матричные группы.

Множество матриц n-го порядка с целыми элементами по определению является группой относительно сложения и называется аддитивной матричной группой. Также она считается абелевой аддитивной группой в силу справедливости коммутативного закона для целых чисел: на данном множестве выполняется коммутативность сложения двух матриц, принадлежащих этому множеству.

Большой интерес представляют мультипликативные матричные группы. Их множество $GL(n, R)$ – это множество невырожденных квадратных матриц порядка n с действительными элементами, является мультипликативной группой, которая называется полной линейной группой.

Группа $GL(n, R)$ является вместилищем многих интересных групп. Например, множество всех ортогональных матриц $O(n, R)$ порядка n образует подгруппу в $GL(n, R)$, которая называется ортогональной группой. Множество $U(n, R)$ всех унитарных матриц порядка n образует подгруппу в $GL(n, R)$, которая называется унитарной группой [1].

В матричных группах и их подгруппах возможно введение отношения порядка и отыскание решеток групп, что является предметом следующего этапа исследования.

Список литературы

1. *Беняш-Кривец В.В.* Лекции по алгебре: группы, кольца, поля / В.В. Беняш-Кривец – Минск: БГУ, 2008.

2. *Курош А.Г.* Теория групп / А.Г. Курош – М.: Наука, 1967.

Г.С. Бушуев

Пермь, ПГГПУ, 3 курс

Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Л.П. Латышева*

О ДИФФЕРЕНЦИРОВАНИИ ФУНКЦИЙ В НЕСТАНДАРТНОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ

Нестандартный математический анализ основывается на введении в рассмотрение бесконечно больших и бесконечно малых постоянных величин для расширения множества R до множества гипердействительных чисел $^*R$. В нём дается определение, эквивалентное известному в классическом анализе: производной функции в точке x_0 называется стандартная часть отношения $\frac{dy}{dx}$, где dx – бесконечно малая, $dy = {}^*y(x_0 + dx) - y(x_0)$, т. е. $y'(x_0) = st(\frac{dy}{dx})$ [1, с. 55-56]. При этом стандартной частью $st(x)$ конечного гипердействительного числа x называют такое число v, что $x = v + \varepsilon$ для бесконечно малого ε, а обозначение $^*y$ применяется для гипердействительного аналога стандартной функции y.

Например, для вычисления производной функции $y = x^3$ дадим x бесконечно малое приращение dx. Это вызовет изменение значения функции на $dy = (x+dx)^3 - x^3 = x^3 + 3x^2dx + 3x(dx)^2 + (dx)^3 - x^3 = 3x^2dx + 3x(dx)^2 + (dx)^3$. Тогда

$$y' = st(\frac{3x^2dx + 3x(dx)^2 + (dx)^3}{dx}) = st(\frac{dx(3x^2 + 3xdx + (dx)^2}{dx}) = st(3x^2 + 3xdx + (dx)^2) = 3x^2$$

Пример дифференцирования трансцендентной функции дают рассуждения Эйлера для $y = \sin x$ [2, с. 145]. Приведем их в виде, удовлетворяющем современным критериям строгости в нестандартном анализе. Имея приращение функции

$$dy = \sin(x + dx) - \sin x = \sin x \cdot \cos dx + \cos x \cdot \sin dx - \sin x,$$

разложим $\sin dx$ и $\cos dx$, дуги которых – бесконечно малые, в степенные ряды, получим:

$$dy = \sin x \cdot (1 - \frac{(dx)^2}{1\cdot 2} + \frac{(dx)^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} - \cdots) + \cos x \cdot (dx - \frac{(dx)^3}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{(dx)^5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 5} - \cdots) - \sin x.$$

По определению производной находим:

$$y' = st\left(\frac{\sin x \cdot \left(1 - \frac{(dx)^2}{1\cdot 2} + \frac{(dx)^4}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} - \cdots\right) + \cos x \cdot \left(dx - \frac{(dx)^3}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{(dx)^5}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 5} - \cdots\right) - \sin x}{dx} \right) =$$

$$= st\left(\cos x - \frac{dx \sin x}{1\cdot 2} + \frac{(dx)^3 \cdot \sin x}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 4} - \cdots - \frac{(dx)^2 \cdot \cos x}{1\cdot 2\cdot 3} + \frac{(dx)^4 \cdot \cos x}{1\cdot 2\cdot 3\cdot 5} - \cdots \right) = \cos x.$$

Из приведенного ясно, каковы основные отличия вычисления производной методами нестандартного анализа от классического дифференцирования.

Список литературы

1. *Успенский В.А.* Что такое нестандартный анализ? / В.А. Успенский. – М.: Наука, 1987.

2. *Эйлер Л.* Дифференциальное исчисление / Л. Эйлер; пер. с лат. М.Я. Выгодского. – М.-Л.: Гостехиздат, 1949.

Д.С. Степанова
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Л.П. Латышева*

О ПОСТРОЕНИИ МНОЖЕСТВА ДЕЙСТВИТЕЛЬНЫХ ЧИСЕЛ ПО ДЕДЕКИНДУ

Имеется несколько подходов к построению множества действительных чисел на основе множества рациональных. Один из них связан с именем немецкого математика Рихарда Юлиуса Вильгельма Дедекинда (1831–1916).

Вехи его научного пути:

– обучение в Геттингенском университете у знаменитых математиков К. Гаусса и П. Дирихле;

– избрание членом Берлинской, Парижской и Римской академий наук;

– работа профессором Высшей технической школы в Брауншвейге.

Его основные научные труды связаны с созданием ряда общих концепций, лежащих в основе современной алгебры (алгебры произвольных полей, колец, групп и структур) [2]. В то же время он является автором одной из первых и получившей наибольшее распространение системы строго научного обоснования теории действительных чисел, где известную роль играет понятие «Дедекиндово сечение».

Сечением Дедекинда в поле рациональных чисел называется разбиение всего множества рациональных чисел на два непустых подмножества так, что каждое рациональное число входит в одно и только одно из этих двух подмножеств; каждое число, вошедшее в первое подмножество, меньше каждого числа, вошедшего во второе подмножество.

Возможны три вида сечений Дедекинда:

– когда в первом подмножестве есть последнее число, а во втором нет начального числа;

– когда в первом подмножестве нет последнего числа, а во втором есть начальное число;

– когда в первом подмножестве нет последнего числа, а во втором нет начального числа [1].

Действительным называется число d, определяемое любым из трех видов сечений Дедекинда в поле рациональных чисел. В случае построения сечений первых двух видов это будет рациональное число. Иррациональным числом называется действительное число, определяемое сечением Дедекинда в поле рациональных чисел только третьего вида [3]. Для обозначения множества действительных чисел используют буквы R или D; $d \in D$ [1].

Список литературы

1. *Андронов И.К.* Математика действительных и комплексных чисел / И.К. Андронов. – М.: Просвещение, 1975.

2. *Бурбаки Н.* Очерки истории математики / Н. Бурбаки. [Электронный ресурс]. URL: http://biblioclub.ru/index.php?page=book_view&book_id=112134&page_id=264. (дата обращения 21.01.2014)

3. *Фихтенгольц Г.М.* Курс дифференциального и интегрального исчисления / Г.М. Фихтенгольц. 8-е изд.– М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – Т. I.

Д.С. Степанова
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Л.П. Латышева*

ПРОСТЕЙШИЕ СВОЙСТВА АЛГЕБРАИЧЕСКИХ И ТРАНСЦЕНДЕНТНЫХ ЧИСЕЛ

Фундаментальным в математике является понятие о числе. По мере его развития в науке возникло представление об алгебраических и трансцендентных числах, имеющее важное теоретическое и прикладное значение. Приведём основные определения и укажем простейшие свойства, в которых отражены сходства и различия названных чисел.

Алгебраическим действительным числом называется всякий корень алгебраического уравнения с целыми рациональными коэффициентами, другими словами, корень уравнения

$$a_0x^n + a_1x^{n-1} + a_2x^{n-2} + \ldots + a_{n-1}x + a_n = 0 \text{ [2, с. 4].}$$

Например, иррациональное число $\sqrt{2}$ есть число алгебраическое, так как многочлен с целыми коэффициентами x^2-2 имеет корень $\sqrt{2}$:

$$(\sqrt{2})^2 - 2 = 2 - 2 = 0.$$

Трансцендентным действительным числом называется действительное число, которое не может быть корнем никакого многочлена с целыми коэффициентами [1, с. 80].

Уже из школьного курса математики хорошо известны трансцендентные числа π и *e*. Оказывается, таких чисел бесконечно много: множество трансцендентных чисел континуально. Алгебраических чисел также бесконечное множество, но оно счётно. В этом – существенное различие указанных множеств.

Отметим также следующие общие утверждения:

1. Рациональные числа являются алгебраическими. Например, рациональное число $\frac{3}{5}$ есть число алгебраическое, так как многочлен с целыми коэффициентами $5x - 3$ имеет корень $\frac{3}{5}$, что видно из тождества $5\cdot\frac{3}{5} - 3 = 0$.

2. Иррациональные числа, являющиеся корнями из рациональных чисел, – числа алгебраические. Так, $\sqrt[n]{r}$, где r – рациональное положительное число, не являющееся n-й степенью, есть число алгебраическое.

3. Каждое трансцендентное вещественное число является иррациональным, но обратное неверно. Например, приведенное ранее в качестве примера алгебраическое число $\sqrt{2}$ – иррациональное, но не трансцендентное.

Таким образом, даже простейшие сведения об алгебраических и трансцендентных числах и отмеченные их свойства свидетельствуют о том, что понятие «число» в математике имеет глубокое содержание и является многогранным.

Список литературы

1. *Андронов И. К.* Математика действительных и комплексных чисел / И.К. Андронов. – М.: Просвещение, 1975.

2. Гельфонд А.О. Трансцендентные и алгебраические числа / А.О. Гельфонд. – М.: Гостехиздат, 1952.

Н.В. Чиж

Пермь, ПГГПУ, 3 курс

Научный руководитель: д-р физ.-мат. наук, профессор *А.Е. Малых*

О РАННИХ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ НА ЭКСТРЕМУМ

Учение о максимумах и минимумах занимает видное место в экономике и жизни современного общества. Оно встречается в вопросах повышения производительности труда, проблемах, связанных с рациональным использованием сырья, времени и т.п.

Еще древнегреческие ученые решали вопросы нахождения наибольших и наименьших значений геометрических величин. Одним из них был Евклид. В современной трактовке его задача имеет следующее содержание: ***в данный треугольник вписать параллелограмм наибольшей площади, одна из сторон которого лежит на основании.*** Обозначим через x сторону параллелограмма, лежащую в основании a данного треугольника; пусть h – высота параллелограмма. Тогда его площадь $S = hx \quad (*)$. Он выражал высоту $h = LB\sin B$, где LB – смежная основанию сторона параллелограмма. Из подобия треугольников находил LB и, подставив значения h и LB в $(*)$, вычислил площадь параллелограмма. Таким образом, задача сводилась к определению максимума функции $y = x(a - x)$. Используя параболический метод приложения площадей, Евклид доказал, что наибольшее значение будет в том случае, когда сторона параллелограмма, параллельная основанию треугольника, является его средней линией [1].

На этом попытки создания общего метода нахождения наибольшего и наименьшего значений не прекращались. В начале XVII в. поиски продолжил П. Ферма. В работе «Метод исследования максимумов и минимумов» он изучал функцию $y = x(a - x)$. Пусть h – бесконечно малое приращение независимой переменной x. Тогда значение функции $y+h=(x+h)(a-x-h)$. Приравняв исходную функцию к новой, учёный получил соотношение $x(a-x)=(x+h)(a-x-h)$.

После тождественных преобразований он перешел к пределу при $h\to 0$. В конечном итоге получил равенство $a-2x=0$, откуда $x=\frac{a}{2}$.

Свой метод Ферма применил ко многим задачам геометрии. Например, он вписал в данный шар конус наибольшего объёма. Его метод был близок к методу Г. В. Лейбница и И. Ньютона при отыскании экстремумов, но в нём нельзя было выяснить, является ли точка экстремума максимумом или минимумом. При исследовании условий возрастания и убывания функции Лейбниц использовал понятие дифференциала: если на некотором участке изменения аргумента производная положительна, то функция возрастает, в противном случае – убывает. Чтобы определить выпуклость и вогнутость кривой, он применял вторую производную.

Метод отыскания экстремумов с помощью производной позволил решить многие задачи не только в геометрии, но и подготовить почву для создания анализа бесконечно малых [1].

Список литературы

1. *Тихомиров В.М.* Рассказы о минимумах и максимумах / В.М. Тихомиров. – М.: Наука, 1986.

Д.С. Шардаков
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Л.П. Латышева*

О ЛИНЕАРИЗАЦИИ ДИФФЕРЕНЦИРУЕМЫХ ОТОБРАЖЕНИЙ НА ПРИМЕРЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ ПРИБЛИЖЕННЫХ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ

Из определения дифференцируемости вытекает основной прикладной смысл дифференциала функции одной переменной: при малых Δx выполняется приближенное равенство $dy\approx \Delta y$, причем dy оказывается равным значению приращения функции, которое возникало бы в случае, если зависимость между Δy и Δx была линейной. Эта идея линеаризации дифференцируемых отображений проходит через все обобщения понятий «производная» и «дифференциал».

Так, из определения полного дифференциала функции n действительных переменных следует, что для достаточно малых значений $\Delta x_1,...,\Delta x_n$ имеет место взаимосвязь следующего вида: $du \approx \Delta u$, где $du = \frac{\partial u}{\partial x_1}\Delta x_1 + ... + \frac{\partial u}{\partial x_n}\Delta x_n$. Подставив в возникающее из определения полного приращения такой функции равенство $f(x_1 + \Delta x_1, ..., x_n + \Delta x_n) = f(x_1, ..., x_n) + \Delta u$ вместо Δu указанное выше развернутое представление для *du,* получим следующую приближенную формулу: $f(x_1 + \Delta x_1, ..., x_n + \Delta x_n) \approx f(x_1, ..., x_n) + \frac{\partial u}{\partial x_1}\Delta x_1 + ... + \frac{\partial u}{\partial x_n}\Delta x_n$.

Вышеизложенное можно пояснить следующим примером приближенного вычисления значения выражения $u = \frac{1{,}03^2}{\sqrt[3]{0{,}98\sqrt[4]{1{,}05^3}}}$ на основе реализации данной модели в случае трёх независимых переменных [2]. Вначале вводится в рассмотрение функция $u(x,y,z) = \frac{x^2}{\sqrt[3]{y\sqrt[4]{z^3}}}$, значением которой в точке (1,03;0,98;1,05) и будет данное выражение. Вычисляется значение этой функции $u(1,1,1)=1$, а затем находятся соответствующие значения приращений аргументов: $\Delta x=0{,}03$; $\Delta y=-0{,}02$; $\Delta z=0{,}05$. Вычисляются значения частных производных $\frac{\partial u}{\partial x} = \frac{2x}{\sqrt[3]{y\sqrt[4]{z^3}}}$, $\frac{\partial u}{\partial y} = -\frac{x^2}{3y\sqrt[3]{y\sqrt[4]{z^3}}}$, $\frac{\partial u}{\partial z} = -\frac{x^2}{4z\sqrt[3]{y\sqrt[4]{z^3}}}$, т. е. $\frac{\partial u(1,1,1)}{\partial x} = 2$, $\frac{\partial u(1,1,1)}{\partial y} = -\frac{1}{3}$, $\frac{\partial u(1,1,1)}{\partial z} = -\frac{1}{4}$. Наконец, нахождение $\Delta u \approx du = 2 \cdot 0{,}03 + (-\frac{1}{3}) \times$ $\times(-0{,}02) + (-0{,}25) \cdot 0{,}05 \approx 0{,}054$ позволяет найти приближенное значение искомого выражения: $u \approx 1 + 0{,}054 = 1{,}054$. При этом дифференциал как источник приближенных формул, не исчерпывает полноту свойства линеаризации дифференцируемых отображений [1].

Список литературы

1. *Фихтенгольц Г.М.* Основы математического анализа / Г.М. Фихтенгольц.– М.: Наука, 1968. – Т. I.

2. *Демидович Б.П.* Сборник задач и упражнений по математическому анализу / Б.П. Демидович. – 8-е изд., стереотип. – М.: Наука, 1972.

А.А. Апрышкина
Пермь, ПГГПУ, 2 курс
Научный руководитель: д-р физ-мат. наук, профессор *А.Е. Малых*

НАЧАЛА ЯПОНСКОЙ АРИФМЕТИКИ

Истоки японских арифметических вычислений малоизвестны, но в период Эдо (1603–1868) уже использовались круглые бамбуковые палочки. Впоследствии они были заменены прямоугольными параллелепипедами. Счётные палочки применялись для вычислений – сопоставляли каждую их них с цифрой от 1 до 9. Однако затем развитие вычислений привело к тому, что появился иероглиф для обозначения отсутствия единиц соответствующего разряда.

Предысторией традиционной японской математики является использование первого вычислительного прибора «соробан» или счётной доски – видоизменённого китайского суаньпаня. Первые счёты, привезенные в Японию, датируются 1592 г. Соробан состоит из нечётного количества (обычно их 13) вертикально расположенных спиц, определяющих цифру соответствующего разряда. Однако встречались приборы с 21, 23, 27 или даже 31 спицами. Такое их количество позволяет набирать большие числа или представлять сразу несколько чисел на одном соробане. На каждой спице нанизано по 5 костяшек, причём верхняя костяшка на каждой спице отделена от нижних рамкой. Четыре нижние костяшки называли «земными», значение каждой из них единица. Верхняя костяшка называлась «небесной» и считалась в пять раз больше «земной». Числа на соробане откладывались в десятичной позиционной системе, слева направо.

Операции сложения и вычитания также производились слева направо, начиная со старшего разряда, следующим образом:

– перед началом счёта все косточки соробана должны находиться внизу;

– первое слагаемое вводилось, начиная со старшего разряда; для ввода разряда необходимое число косточек придвигалось к поперечной планке;

– поразрядно прибавлялось второе слагаемое; при переполнении разряда прибавлялась единица к старшему (левому) разряду;

– вычитание производилось аналогично, но при недостатке косточек в разряде они «занимались» у старшего.

Соответствующие правила были разработаны для выполнения операций умножения и деления. При помощи соробана японцы решали довольно широкий круг задач [1].

В процессе написания курсовой работы, нами были переведены с английского языка соответствующие разделы книги [1], содержащие историю развития японской арифметики, форм записи чисел, правила работы на соробане, выполнение арифметических действий, а также некоторые методы решения задач. Изученный материал и возможности его использования в профессиональной деятельности представлены в выступлении.

Список литературы

1. *Smith D.E.; Mikami Y.* A History of Japanese Mathematics / D.E. Smith, Y. Mikami. – M.: Open Court, 1914.

К.А. Пермякова
Пермь, ПГГПУ, 2 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *В.И. Данилова*

ЗАМЕЧАТЕЛЬНЫЕ ЧИСЛА НАТУРАЛЬНОГО РЯДА

Ряд натуральных чисел – основной объект теории чисел, одновременно и самый простой, и самый древний.

Среди натуральных встречаются особые числа, обладающие удивительными свойствами. Это фигурные, совершенные и дружественные числа, история которых берет свое начало в античные времена.

Сущность фигурных чисел связана с перенесением идей геометрии в теорию чисел [3]. Еще древние греки говорили о так называемых треугольных, квадратных, пятиугольных числах, связывая их с расположением множества одинаковых предметов в виде правильных геометрических фигур, а количество предметов стали называть фигурным числом.

Суть двух других групп чисел – дружественных и совершенных – связана с их арифметической природой: делителями этих чисел. Древние греки под совершенным понимали такое число, сумма собственных делителей которого равна ему самому [2]. Потому эти немногие числа считались верхом совершенства. Во времена античных математиков таких чисел знали всего четыре: 6, 28, 496, 8128.

Дружественные – это два натуральных числа, для которых справедливо: сумма делителей одного равна другому числу и наоборот. Самой древней парой дружественных чисел, известных математикам, является пара 220 и 284, открытая пифагорейцами, однако есть сведения, что эта пара была известна задолго до них.

Как совершенные, так и дружественные числа благодаря своим свойствам долгое время считались не просто уникальными, но и сакральными: их обожествляли не только в эпоху Древнего мира, но и во времена Средневековья. Лишь в XVIII в. Леонард Эйлер совершил настоящий прорыв, отыскав 59 пар дружественных чисел [1].

Данная тема, на наш взгляд, весьма интересна для рассмотрения, потому мы планируем включение этой информации в разрабатываемый дистанционный курс «Теория чисел» на основе системы Moodle с целью организации самостоятельного изучения студентами математического факультета с последующим контролем.

Список литературы

1. *Боро В.* Живые числа: пер. с нем. / В. Боро, под ред. Е.Б. Гладковой – М.: Мир, 1985.
2. *Деза Е.А.* Специальные числа натурального ряда / Е.А. Деза – М.: Либроком, 2011.
3. *Стиллвелл Д.* Математика и её история / Д. Стиллвелл – М.–Ижевск:Институт компьютерных исследований, 2004.

А.В. Юдина
Пермь, ПГГПУ, 2 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Г.Г. Шеремет*

ОРИГАМИ И ЗАДАЧИ НА ПОСТРОЕНИЯ

Задача на построение состоит в том, что требуется построить указанными инструментами фигуру, если дана некоторая другая фигура и указаны некоторые соотношения между элементами искомой фигуры и данной.

Найти решение задачи на построение, значит свести её к конечному числу основных построений, то есть указать конечную последовательность элементарных построений, после выполнения которых искомая фигура будет уже считаться построенной. При сколько-нибудь сложной ситуации возникает вопрос о том, как нужно рассуждать, чтобы найти способ решения, получить все решения, выяснить условия возможности решения задачи и т.п.

Поэтому при решении задач пользуются схемой решения, состоящей из следующих 4 этапов: анализ, построение, доказательство, исследование [1].

Элементарные построения зависят от того, какие инструменты разрешается использовать при решении задачи. В нашей работе были использованы два набора инструментов: циркуль и линейка; перегибания квадратного листа бумаги.

В первом случае к элементарным будут относиться построения: произвольной прямой, прямой по двум точкам, окружности по центру и радиусу.

Во втором – сгиб

- произвольный,
- проходящий через две данные точки,
- совмещающий две данные точки,
- совмещающий две данные прямые,
- проходящий через одну данную точку и помещающий другую данную точку на данную прямую,
- проходящий через данную точку и самосовмещающий данную прямую,
- помещающий две данные точки на две данные прямые.

С использованием данных инструментов несколькими способами были решены задачи на построение правильных многоугольников (треугольника, пятиугольника, шестиугольника, восьмиугольника). При этом поставлены в соответствие способы построения перегибами квадратного листа бумаги способам построения циркулем и линейкой.

Список литературы

1. *Андреева З.И.* Практикум по геометрическим построениям / З.И. Андреева. – Пермь: ПГПУ, 1992.

А.В. Богданов
Пермь, ПГГПУ, 4 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Ю.В. Корзнякова*

ТИПЫ ОШИБОК В МАТЕМАТИЧЕСКИХ РАССУЖДЕНИЯХ

История математики полна неожиданных и интересных фактов – софизмов и парадоксов. Часто именно их разрешение служило толчком к новым открытиям. Парадоксы – это справедливые, хотя и неожиданные утверждения, в то время как софизмы – ложные результаты, полученные с помощью рассуждений, которые только кажутся правильными, но обязательно содержат ту или иную ошибку [1]. Практика обучения математике показывает, что поиск заключенных в софизме ошибок, ясное понимание их причин ведут к осмысленному постижению математики. Обнаружение и анализ ошибки, заключенной в софизме, зачастую оказываются более поучительными, чем просто разбор решений «безошибочных» задач. Понять и усвоить то или иное математическое правило или утверждение на эмоциональном уровне позволяет следующий порядок демонстрации софизма:

– эффектное «доказательство» явно неверного результата (в чем и состоит смысл софизма),

– разъяснение того, к какой нелепице приводит пренебрежение тем или иным математическим правилом,

– последующий поиск и разбор ошибки, приведшей к нелепице.

Проведенный нами анализ приёмов заведомо неверных рассуждений, используемых в софизмах позволил условно классифицировать последние по доказываемым в них результатам:

1. Равенство неравных величин (единица равна нулю, все числа равны между собой, все треугольники равносторонние и т.д.).

2. Ошибочность математических утверждений (сумма изменяется от перемены мест слагаемых, логарифм отрицательного числа существует, число *e* равно бесконечности и т. д.).

3. Неравенство одинаковых величин (один нуль не равен другому нулю; число, равное другому числу, одновременно и больше, и меньше его и т.п.).

4. Меньшее превышает большее (единица есть наибольшее натуральное число, в любом прямоугольном треугольнике катет больше гипотенузы; из двух наклонных больше та, проекция которой меньше и т.д.).

В дальнейшем планируется применить другие основания классификации, позволяющие наиболее эффективно использовать софизмы на уроках алгебры и геометрии.

Список литературы

1. *Мадера А.Г.* Математические софизмы: правдоподобные рассуждения, приводящие к ошибочным утверждениям: кн. для учащихся 7–11 кл. / А.Г. Мадера, Д.А. Мадера. – М.: Просвещение, 2003.

РАЗДЕЛ 2. МЕТОДИКА ПРЕПОДАВАНИЯ МАТЕМАТИКИ И ИНФОРМАЦИОННО-КОММУНИКАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ В ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

И.Ю. Горбунова
Пермь, ПГГПУ, 2 курс магистратуры
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *В.Л. Пестерева*

УНИВЕРСАЛЬНЫЕ УЧЕБНЫЕ ДЕЙСТВИЯ В ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

В настоящее время происходит внедрение ФГОС основного общего образования, который предъявляет ряд требований к процессу обучения и его результатам. Главным критерием оценивания является сформированность универсальных учебных действий (УУД). Этот термин можно определить как совокупность способов действия учащегося, обеспечивающих его способность к самостоятельному усвоению новых знаний и умений, включая организацию этого процесса [1].

Мы выделяем три этапа обучения основам проектной деятельности.

Первый из них прослеживается при работе с учениками 5–6-х классов. Основные приёмы организации познавательной деятельности школьников – это проблемное обучение и метод проектов. Дети учатся формулировать проблемы и цели, которых им хотелось бы достичь. На этом этапе происходит формирование следующих УУД: осознанное и произвольное построение речевых высказываний в устной и письменной форме; формулирование проблемы; целеполагание.

Второй этап связан с началом изучения курса геометрии и алгебры. Главной особенностью организации проектирования является использование связи урочной и внеурочной деятельностей школьников. Происходит дальнейшее формирование тех же УУД, что и на первом этапе. Кроме того, добавляются: самостоятельное создание способов решения проблемы; планирование своих действий; умение работать в коллективе; умение слушать и вступать в диалог; построение логической цепи рассуждений, доказательство; выдвижение гипотез и их обоснование; определение основной и второстепенной информации; выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий; контроль и оценка процесса и результатов деятельности и т.д.

Третий этап реализуется в старшей школе и связан с профессиональным самоопределением школьников. Ученик самостоятельно выбирает тему и разрабатывает проект в рамках той проблемы, которая его интересует. На этом этапе происходит использование всех тех УУД, которые были описаны выше. К ним добавляются: жизненное, личностное, профессиональное самоопределение; планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками.

Список литературы

1. Фундаментальное ядро содержания общего образования. [Электронный ресурс]. – URL: http://standart.edu.ru. (дата обращения 25.01.2014).

Н.А. Казанцева
Пермь, ПГГПУ, 2 курс магистратуры
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Е.Л. Черемных*

ПРОДУКЦИОННЫЕ МОДЕЛИ УЧЕБНОГО СОДЕРЖАНИЯ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

Одним из средств обучения будущих учителей работе с понятиями, методами, алгоритмами и способами рациональной самоорганизации познавательной деятельности в процессе изучения математики является использование разнообразных моделей представления учебного содержания. Под последним мы понимаем логические, реляционные, семантические, продукционные и фреймовые модели. Продукционные модели можно считать наиболее распространенными. Их основные достоинства связаны с простотой предъявления информации и организации логического вывода.

Основы продукционного формализма были заложены американским логиком Э.Л. Постом в 1943 г. В нашей стране продукционные системы и исчисления развивались С.Ю. Масловым, Н.А. Шаниным, В.Е. Кузнецовым. Эти теории предназначались для описания последовательности различных ситуаций или действий и, в меньшей степени, для структурированного описания объектов. Отличительной особенностью продукционной модели является наличие ситуации выбора правил из множества возможных на данный момент времени (из конфликтного набора) в зависимости от определенных критериев, например, важности, трудоемкости, достоверности получаемого результата и других характеристик проблемной области [1, с. 51].

Продукционная модель математической информации фиксирует взаимосвязанную последовательность действий при решении определенных задач. В данной модели основной единицей знаний служит правило в виде: «Если A, то B». Вместо A и B могут стоять некоторые утверждения, факты и т.д. Например: «Если диагонали четырехугольника пересекаются под прямым углом, то этот четырехугольник ромб» и т.п. Из примеров видно, что правило состоит из двух частей: посылки (условия) и следствия (заключения). Если A (посылка) имеет место, то B (следствие) также реализуется или может быть реализовано. В качестве наглядного примера рассмотрим следующую продукционную модель учебного содержания фрагмента теории функций комплексного переменного, которая описывает алгоритм исследования функции на дифференцируемость и нахождение ее производной (рисунок). Структура модели является удобной для запоминания и использования студентами при выполнении практических и лабораторных заданий.

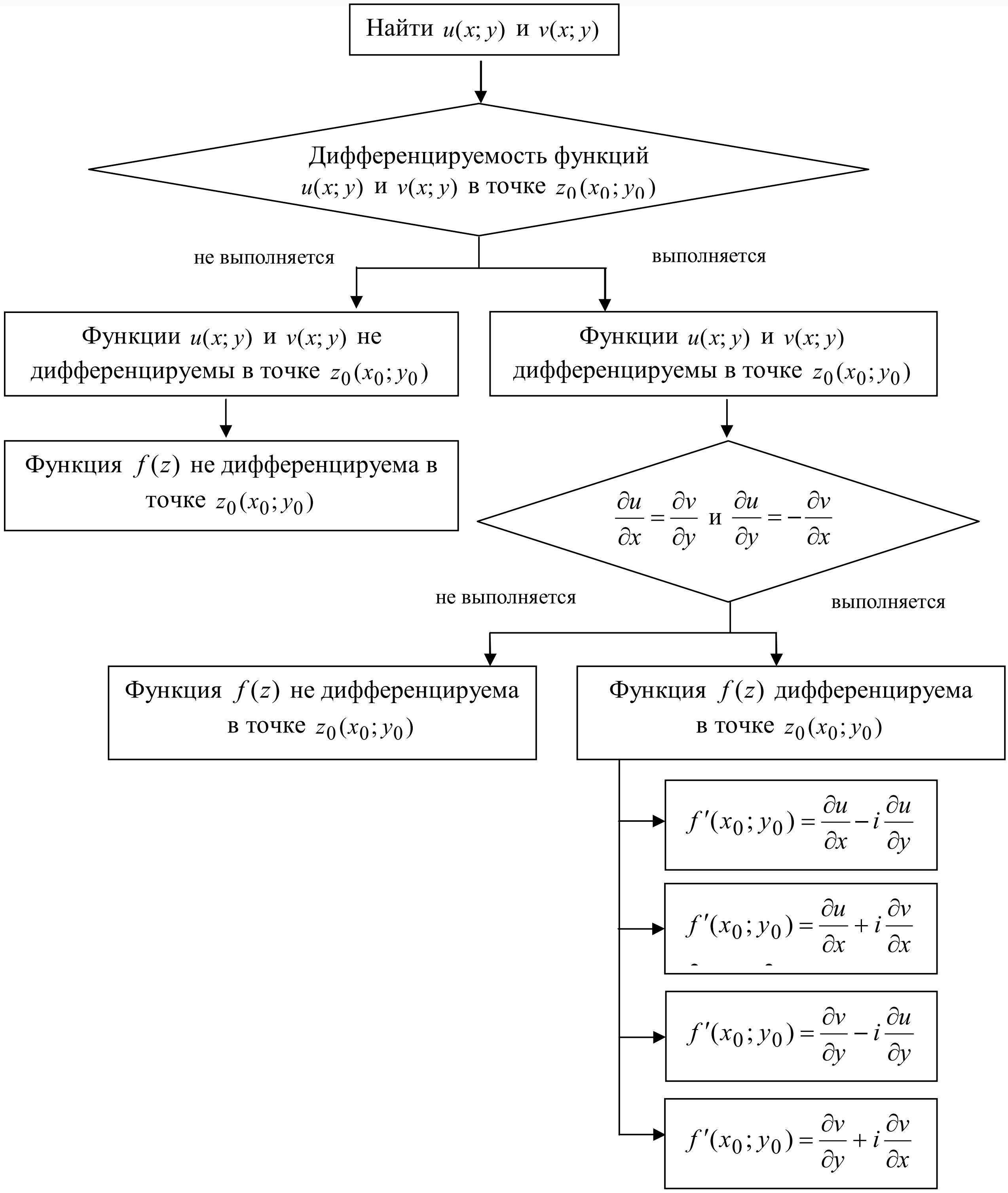


Рис. Исследование функции комплексного переменного на дифференцируемость и нахождение ее производной

Список литературы

1. *Тельнов Ю.Ф.* Интеллектуальные информационные системы / Ю.Ф. Тельнов. − М.: МЭСИ, 2004.

Л.Н. Прудникова
Пермь, ПГГПУ, 1 курс магистратуры
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Г.Г. Шеремет*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ КОМПЬЮТЕРНОГО 3D–МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ПЕРВЫХ РАЗДЕЛОВ КУРСА СТЕРЕОМЕТРИИ

В последнее время педагогами и методистами отмечается снижение геометрической подготовки учащихся. Основная трудность при решении стереометрических задач у школьников связана не столько с незнанием формул и теорем, или неумением их применять, сколько с недостаточно развитыми пространственными представлениями, неумением правильно изобразить пространственную ситуацию, указанную в задаче [3, с.5].

Первые уроки стереометрии знакомят учащихся с основными понятиями «плоскость», «прямая», их взаимным расположением. Именно на этом этапе важно уделить внимание развитию пространственного мышления. Для этого существует достаточно много разнообразных средств.

Содержание учебного материала, направленного на развитие пространственного мышления, должно учитывать основные качества образного мышления: субъектность, многозначность образа, целостность восприятия и динамичность создаваемых образов [2, с.29]. Использование современных компьютерных технологий дает возможность учителю не только наглядно демонстрировать 3D-модели пространственных тел и объектов, но и давать возможность учащимся самостоятельно создавать объёмные модели и осуществлять с ними различные действия. Интерес для учителя может представлять компьютерная программа GeoGebra, сочетающая в себе возможности решения как геометрических, так и алгебраических задач. Достоинством данной программы является то, что построение всех чертежей выполняется встроенными инструментами, имеется возможность построения как плоских, так и 3D-чертежей. Встроенные функции позволяют в любой момент поворачивать чертеж вокруг координатных осей, перемещать объекты, выполнять дополнительные построения. Данная программа отвечает таким требованиям, как доступность, простота и наглядность.

Благодаря использованию компьютерной программы, многие не всегда очевидные факты, могут быть продемонстрированы наглядно. Рассмотрим простейшую ситуацию, когда даны две скрещивающиеся прямые и точка, не принадлежащая им. Чертеж, который по данным условиям могут выполнить учащиеся представлен на рис. 1. Очевидно, что при таком изображении объектов не учитывается тот факт, что

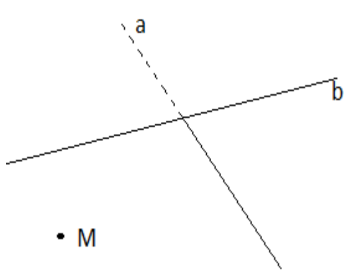


Рис. 1

в стереометрии изображение прямой следует начинать с изображения плоскости [1, с.50].

Попробовав выполнить данное задание в программе GeoGebra, учащиеся не смогут изобразить в пространстве прямую без наличия плоскости. Более того, чтобы задать в программе плоскость, требуется наличие либо трех точек, либо точки и прямой, либо двух пересекающихся прямых, что уже носит обучающий характер. При верном выполнении учащиеся получат следующее изображение (рис.2).

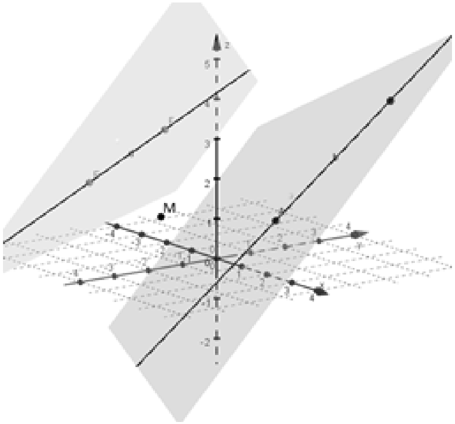


Рис. 2

При этом учитель имеет возможность изменить или дополнить условия задачи, попросив учащихся рассмотреть несколько случаев решения, в зависимости от взаимного расположения плоскостей.

Еще одним примером задачи на развитие пространственного мышления является следующая:

«На каркасной модели кубика на гранях и ребрах натянута проволока (рис.3). Нарисуйте, как выглядит эта проволока спереди (стрелка 1), сбоку (стрелка 2), сверху (стрелка 3)» [1, с.33].

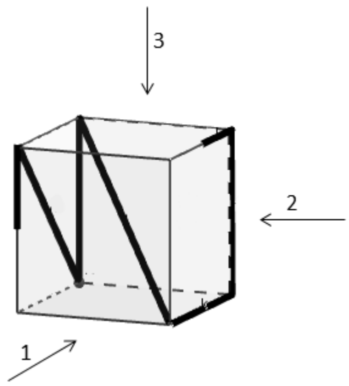


Рис. 3

Стоит отметить, что данная задача, несомненно, вызовет интерес у учащихся, однако слабая подготовка многих учеников не позволит им «представить» правильное решение. Помощью для учителя и в этом случае станет использование программы GeoGebra. Учитель на готовой модели с помощью поворотов может продемонстрировать решение задачи, или учащиеся самостоятельно могут создать данную модель и выполнить необходимое задание.

Разумеется, вопросу о развитии образного мышления необходимо уделять внимание уже в средней школе, однако и в старших классах применение компьютерных технологий на уроке геометрии не только позволит развивать пространственное мышление, но и превратит учебный процесс в творческую и полезную деятельность.

Список литературы

1. *Имранов Б.* Никогда не забывайте о наглядности / Б. Имранов // Математика в школе. – 2001. – №2. – С.49–51.

2. *Подходова Н.С.* Развитие пространственного мышления учащихся V–VI классов / Н.С. Подходова // Математика в школе. – 1997. – №2. – С.29–34.

3. *Смирнова И.М.* Геометрия. Сечения многогранников / И.М. Смирнова, В.А. Смирнов. – М.: Экзамен, 2011.

П.Ю. Рябкова
Пермь, ПГГПУ, 1 курс магистратуры
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Ю.В. Корзнякова*

ПРОБЛЕМЫ ОРГАНИЗАЦИИ САМОСТОЯТЕЛЬНОЙ РАБОТЫ СТУДЕНТОВ

В системе современного высшего образования большую роль отводят самостоятельной работе. В программе любой дисциплины на самостоятельную работу отводится не менее 50 % времени от всего учебного объёма часов [1].

Самостоятельная работа – это планируемая в рамках учебного плана деятельность обучающихся по освоению содержания дисциплины, которая осуществляется по заданию, при методическом руководстве и контроле преподавателя, но без его непосредственного участия [2].

Задачи организации самостоятельной работы состоят в том, чтобы:

– мотивировать обучающихся к освоению учебных программ;

– повысить ответственность обучающихся за свое обучение;

– способствовать освоению общих и профессиональных компетенций обучающимися;

– создать условия для формирования способности обучающихся к самообразованию, самоуправлению и саморазвитию.

Нами было проведено исследование, основная цель которого состояла в выявлении уровня понимания студентами сущности задач и смысла организации собственной самостоятельной работы, а также определении типов основных проблем, возникающих при её выполнении.

Студентам предложили пройти анкетирование. Приведем примеры вопросов анкеты.

1. Какая основная цель организации самостоятельной работы студентов?

2. Является ли организация самостоятельной работы для Вас проблемой? (обведите Ваш ответ)

Да Нет Иногда

3. Какие трудности возникают у Вас, при организации Вашей самостоятельной работы (возможно несколько ответов):

a) недостаток свободного времени;

b) преподаватель недостаточно ясно объяснил, что необходимо сделать;

c) часто не могу найти нужную информацию;

d) не могу определить, тот ли материал я нашел;

e) другой вариант (запишите ниже).

На вопросы анкеты ответили 53 студента с разных факультетов ПГГПУ.

Исследование показало, что большинство опрошенных нами студентов понимают цель и роль самостоятельной работы в процессе обучения, но считают, что более эффективны занятия с преподавателем. Связано это с выявленными проблемами, которые возникают при выполнении самостоятельной работы.

Результаты анализа данных представим в таблице.

Параметр	Результат (%)? n = 53
Понимают сущность, осознают цель организации	87
Сталкиваются с проблемами	Плохо объяснил преподаватель – 58 Сложное задание – 64 Недостаток свободного времени – 91 Большой объем информации – 47

Считаем, что данная проблема является достаточно серьезной. Необходим поиск путей её решения. На наш взгляд, наиболее перспективным представляется вариант организации единой образовательной среды, позволяющей студенту наиболее осознанно и эффективно организовать свою деятельность по выполнению самостоятельной работы.

Список литературы

1. Об утверждении и введении в действие федерального государственного образовательного стандарта высшего профессионального образования по направлению подготовки 010100 математика (квалификация (степень) «бакалавр») / Электронный ресурс. URL: http://fgosvo.ru/uploadfiles/fgos/28/20111115114002.pdf (дата обращения 12.10.2013)

2. Организация внеаудиторной самостоятельной работы студентов / Электронный ресурс. URL: http://ogk.edu.ru/sites/all/files/materialy_vystupleniya.pdf (дата обращения 21. 12.1013)

Д.В. Юрченко

Пермь, ПГГПУ, 1 курс магистратуры

Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Л.П. Латышева*

ОБ ИНТЕРАКТИВНЫХ ФОРМАХ И МЕТОДАХ ОБУЧЕНИЯ В РАЗВИТИИ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ КУЛЬТУРЫ СТУДЕНТОВ

Термин «математическая культура» появился еще в 20-30 годы XX в., и первоначально данное понятие трактовалось как «совокупность знаний, умений и навыков», позднее в формулировке добавилось еще «свободное оперирование ими». Только к концу 80-х гг. XX в. в понятие «математическая культура» стали включать такие составляющие, как математическое мышление и математический язык.

Без определенного уровня математической культуры студентов педагогического вуза затруднительно совершенствование их дальнейшей профессиональной деятельности. В структуре математической культуры выделяют пять компонентов: мотивационный, когнитивный, коммуникативный, технологический, рефлексивный [2]. Слабое внимание к формированию математической культуры влечет за собой не только отсутствие динамики профессионального развития, но и значительно снижает интерес к изучаемым дисциплинам, в частности к математическому анализу. Противостоять этому можно путем использования форм и методов обучения, которые способствовали бы активизации учебной деятельности обучающихся. К ним, в частности, относятся интерактивные формы и методы обучения (*inter* − взаимный, *act* − действовать) – формы и методы взаимодействия, при которых обучающиеся и преподаватель находятся в режиме беседы, диалога. Точнее, интерактивные формы и методы ориентированы на более широкое взаимодействие студентов не только с преподавателем, но и друг с другом, на доминирование активности студентов в процессе обучения.

Внедрение интерактивных методов обучения студентов математического факультета педагогического вуза влияет на формирование их математической культуры [3].

Известны различные формы и методы интерактивного обучения. Наше внимание, прежде всего, было привлечено к такой форме, как дидактическая игра, поскольку «…игровая форма обучения имеет чрезвычайно много неиспользованных, резервных возможностей и для творчества преподавателя, и для активизации творческой деятельности студентов» [1]. С целью формирования математической культуры студентов гуманитарно-педагогического университета при изучении курса математического анализа был разработан комплекс дидактических игр с мультимедийным сопровождением по разделу «Теория рядов». В комплекс вошли четыре игры различной направленности: обучающая, контролирующая, развивающая и обобщающая. Краткое описание их игрового замысла, содержания и организации соревновательных атрибутов приводятся в [4].

Следующим нашим шагом в направлении поиска резервов в повышении математической культуры студентов станет разработка обучающего электронного ресурса (ОЭР) по одному из разделов математического анализа, в состав которого войдут фрагменты теоретического материала, практические задания, вопросы и задачи для самопроверки.

Работа с образовательными электронными ресурсами – один из способов учебной деятельности, который призван способствовать формированию математической культуры, поскольку он имеет ряд несомненных плюсов. К ним можно отнести следующие особенности:

1. Во время выполнения заданий, обозначенных в ОЭР, обучающийся должен выполнить ряд действий: просмотреть и прослушать учебный материал, скопировать его, обратиться к справочной системе, ответить на контрольные вопросы по ходу работы с ОЭР, что способствует повышению эффективности мышления и памяти, учит работать с текстом. Кроме того, все эти действия студент проделывает самостоятельно, согласно собственным потребностям и возможностям, что, несомненно, имеет прямое отношение к формированию математической культуры.

2. Метод обучения, связанный с применением ОЭР, имеет ярко выраженную практическую ориентированность, поскольку по всем разделам

и темам, как правило, оказывается представленным блок учебных модулей, включающий в себя практические задания, учебные задачи, тестовые вопросы, в целом, способствующие универсальному тренингу обучающегося.

3. В ОЭР материал изложен доступно, наглядно, диалоговый интерфейс и система ссылок позволяет перейти к любому параграфу пройденной ранее или последующей учебной информации. В отличие от лекционной формы имеется возможность знакомиться с каждым разделом в течение такого периода времени, какой требуется для достижения полного понимания учебного материала индивидуально каждым обучающимся. Следовательно, ЭОР представляет собой достаточно эффективный механизм, способствующий быстрому запоминанию материала благодаря активации зрительной и моторной памяти студентов.

Вышеперечисленное позволяет сделать вывод, что дидактические игры и работа с ОЭР по математическому анализу могут служить эффективными средствами формирования математической культуры студентов педагогического вуза.

Список литературы

1. *Андреев В.И.* Педагогика высшей школы. Инновационно-прогностический курс: учебное пособие / В.И. Андреев. – Казань: Центр инновационных технологий, 2005.

2. *Ежова В.С.* Формирование математической культуры будущих учителей математики в вузе: автореф. дис. ... канд. пед. наук: 13.00.08 / Е.В. Сергеевна. – Шуя, 2011. [Электронный ресурс] / URL: http://rudocs.exdat.com/docs/index-419875.html (дата обращения 20.11.2013).

3. Положение об интерактивных формах обучения [Электронный ресурс] / URL: http://tisbi-chelny.ru/ pologenieinterrakt012012.html, свободный. – Загл. с экрана. – Яз. рус. (дата обращения 15.11.2013).

4. *Юрченко Д.В.* О развитии математической культуры студентов интерактивными методами обучения анализу / Д.В. Юрченко, Л.П. Латышева // Общество, наука и инновации: сборник статей международной научно-практической конференции. 29–30 ноября 2013 г.: в 4 ч. / отв. ред. А.А. Сукиасян. – Уфа: РИЦ БашГУ, 2013. – Ч. 3. – С. 236 – 239.

А.В. Красносельских
Пермь, ПГГПУ, 6 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Е.Л. Черемных*

ИНТЕРАКТИВНЫЕ ФОРМЫ ОБУЧЕНИЯ ПРИЛОЖЕНИЯМ ПРОИЗВОДНОЙ В ПРОФИЛЬНОЙ ШКОЛЕ

Современная школа ставит перед собой одну из важнейших задач – приобретение учащимися умений, которые позволили бы им самостоятельно добывать информацию и активно включаться в исследовательскую, творческую деятельность. Высокие результаты в обучении достигаются только в непрерывном сотрудничестве, диалоге и рефлексии учеников. Поэтому актуальным становится внедрение в образовательный процесс интерактивных форм, предполагающих взаимодействие всех субъектов обучения. К таковым, прежде всего, относят игры, «мозговой штурм», работу в группах постоянного и сменного состава, проблемный диалог, дискуссию, дебаты, некоторые виды организации семинаров (пресс-конференция, семинар-диспут, комментированное чтение и др.). В ходе нашего исследования были разработаны методические рекомендации по использованию интерактивных форм в обучении приложениям производной в профильной школе. В частности, рассмотрен принцип организации взаимодействия в группах сменного состава [1, с.277] на уроке «Применение производной для исследования функции. Геометрический смысл производной».

Первый этап работы: класс разбивается на группы (рис. 1).

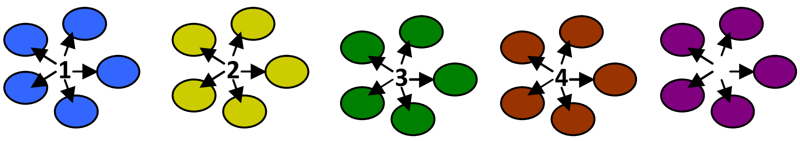


Рис. 1

Группам предлагается по три задания, в каждом из которых представлен график функции или производной. По графику требуется определить одну из следующих величин:

1) значение производной в некоторой точке x_0;

2) точки экстремума;

3) интервалы монотонности.

Приведем пример задачи.

На рис. 2 изображен график производной функции $f(x)$, определенной на отрезке $[-5; 5]$. Найдите точку минимума функции $f(x)$ на этом отрезке.

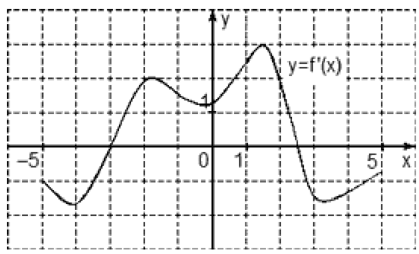


Рис. 2

Второй этап работы: учащиеся объединяются в группы с другим составом. Здесь каждый ученик должен осветить своей новой группе тот материал, который он наработал на первом этапе урока (рис. 3).

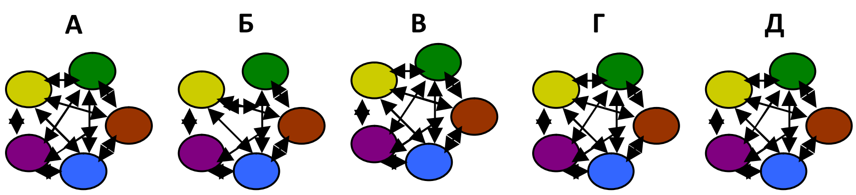


Рис. 3

Список литературы

1. *Селевко Г.К.* Современные образовательные технологии: учебное пособие / Г.К. Селевко. – М.: Народное образование, 1998.

А.В. Колотыгин, В.Н. Стибикин
Шадринск, ШГПИ, 5 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *О.И. Чикунова*

ПРАКТИЧЕКИЕ И ЛАБОРАТОРНЫЕ РАБОТЫ ПО ГЕОМЕТРИИ

Введение ГИА в качестве формы контроля учебных достижений обучающихся за курс основной школы и связанное с этим возрождение интереса к геометрии как к приоритетному математическому курсу ставит перед учителем и школьниками сложную задачу, для успешного решения которой у учащегося должны быть развиты:

– пространственное представление,

– изобразительные умения,

– навык геометрических построений [2].

Как показывают исследования, начальная часть геометрических представлений у многих школьников 5–6-х классов развита недостаточно. Вследствие этого они при переходе в 7-й класс встречаются со многими трудностями, как то:

– сложность понимания, усвоения новой информации;

– недостаточная грамотность при использовании математического языка;

– неумение пользоваться геометрическими инструментами.

Зачастую эти трудности связаны с тем, что геометрический материал в 5–6-х классах подчинен интересам арифметико-алгебраической содержательно-методической линии.

Для ликвидации описанных недостатков, вслед за А.В. Бобровской [1], предлагаем организацию в 7-м классе практических и лабораторных работ, посвященных изображению геометрических фигур с использованием различных наборов инструментов.

Цель практических работ – обучение учащихся выполнению следующих построений:

– измерение углов с помощью транспортира;

– деление угла с помощью транспортира;

– построение перпендикулярных прямых с помощью угольника и линейки;

– построение прямой, параллельной данной, с помощью угольника и линейки.

Лабораторные работы посвящены выполнению основных построений циркулем и линейкой (их 11): построение угла, равного данному; построение касательной к окружности и другие.

Цель этих работ мы видим не только в том, чтобы научить строить основные геометрические фигуры и пользоваться инструментами, но и позволить школьникам неформально, в деятельности, усвоить определения понятий и основные свойства рассматриваемых фигур.

В качестве эффективной технологии обучения учащихся предлагаем комплексное использование интерактивной доски и практикума по геометрии [1]. Разработанные нами интерактивные ресурсы с использованием программы SMART Notebook значительно оптимизируют процесс обучения геометрии в 7 классе.

Список литературы

1. *Бобровская А.В.* Практикум. Наглядная геометрия: учеб.-метод. пособие для учащихся 7, 9 классов / А.В. Бобровская. – 3-е изд.– Шадринск: Шадр. дом печати, 2013.
2. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [Электронный ресурс]. – 2010. URL: http://standart.edu.ru/catalog.aspx?CatalogId=2588 (дата обращения 04.02.2014).

О.Д. Быкова, П.А. Скуйбида
Шадринск, ШГПИ, 5 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *О.И. Чикунова*

ЗАДАЧИ НА ВЫЧИСЛЕНИЕ ПЛОЩАДИ СЕЧЕНИЙ МНОГОГРАННИКОВ

Умение решать стереометрические задачи стало неотъемлемым элементом проверки на едином государственном экзамене. Если с заданиями B9 и B11 учащихся справляются лучше, то к заданию С2 приступают лишь единицы. В аналитическом отчете ФИПИ отмечается, что в 2013 г. 83 % не приступали к выполнению С2, получили 1 или 2 балла – 10,6 % выпускников (положительный результат) [2].

Если ранее задание С2 представляло собой стереометрическую задачу на нахождение геометрической величины (расстояние, угол), то уже в 2013 г. данная задача была посвящена вычислению площади сечения многогранника. Ясно, что такая задача содержит три этапа.

Первый этап – построение. В частности, для построения сечений могут использоваться элементарные средства – аксиомы. Построение сечений может базироваться на использовании свойств параллельности. Кроме того, существуют методы построения сечений многогранников – метод следа секущей плоскости и метод внутреннего проектирования, применение которых основано на последовательном решении определенного набора основных позиционных задач.

Второй этап решения задачи С2 – доказательство, является скрытым, то есть такого требования в задаче не ставится явно. И связано это доказательство с обоснованием чертежа, в частности, с обоснованием формы сечения.

Третий этап решения – вычисление площади построенного сечения – связан с использованием различных приёмов: использование формул площадей плоских фигур; использование аксиом теории измерений; использование формулы площади ортогональной проекции.

Результаты ЕГЭ показывают, что существует проблема нахождения методически правильного пути для эффективного обучения учащихся решению этих задач.

Взяв за основу набор задач, предложенный А.В. Бобровской [1], мы разработали методические рекомендации для обучения учащихся решению задач на вычисление площади сечений многогранников. В частности, для оптимизации этого процесса разработан электронный ресурс, где с помощью компьютерной анимации для всех выбранных задач иллюстрируются этапы процесса построения сечений и пункты плана вычисления площади построенного сечения.

Список литературы

1. *Бобровская А.В.* Практикум. Стереометрия / А.В. Бобровская. 1-е изд. – Шадринск: Шадр. дом печати, 2014.

2. Методические рекомендации по некоторым аспектам совершенствования преподавания математики 2013 г. [Электронный ресурс] / Федеральный институт педагогических измерений [web-сайт] – URL: http://www.fipi.ru/binaries/1562/MATnew.pdf (дата обращения 25.02.2014)

А.А. Гребенев
ПГГПУ, Пермь, 5 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *В.Л. Пестерева*

ОРГАНИЗАЦИЯ ЗАНЯТИЙ КУРСА ПО ВЫБОРУ

В связи с переходом старшей школы на профильное обучение приобретает актуальность проблема организации предпрофильной подготовки учащихся основной школы [2]. Одним из средств её решения являются курсы по выбору. Мы разработали один из них – «Математика в современном мире».

Цели курса:

– развить устойчивый интерес к математике;

– показать связь с другими областями знаний;

– проиллюстрировать разнообразие её применения в реальной жизни;

– расширить базовый уровень.

Данный курс, на наш взгляд, будет способствовать развитию способности учащихся к самостоятельной математической деятельности, осознанному выбору профиля, а может быть и профессии.

Курс по выбору разработан для учащихся 8–9-х классов общеобразовательной школы. При отборе содержания учитывались интересы и потребности школьников, а также их уровень подготовки по алгебре и геометрии.

Ниже предлагаем тематику занятий [1]:

1. Значение математики в жизни человека.

2. Решение логических математических заданий. Интеллектуальная игра «Умницы и Умники».

3. Симметрия – математический закон красоты.

4. Золотое сечение.

5. Математика и здоровье.

6. Прогрессия в помощь бизнесмену.

7. Прогрессии и правильные многоугольники. Дидактическая игра «Своя игра».

Формы и приёмы работы на занятиях разнообразны: беседы, лекции, интеллектуальные игры, презентации, практикумы, самостоятельная работа с литературой, рефлексия.

Предполагается использование разнообразных средств обучения: ТСО (проектор, персональный компьютер); плакаты и таблицы по физике, биологии, машиноведению, геометрии; модели, макеты, технические устройства.

Для успешного овладения знаниями по данному курсу изучается специальная терминология по данным разделам математики и отрабатываются навыки оперирования ею на занятиях.

Методика преподавания курса предполагает уровневую дифференциацию, которая задаёт различную глубину освоения фиксированного содержания и достижения различных уровней планируемых результатов.

Список литературы

1. *Азевич А.И.* Двадцать уроков гармонии: Гуманитарно-математический курс / А.И. Азевич – М.: Школа – Пресс, 1998.

2. *Немова Н.В.* Управление введением системы предпрофильного обучения девятиклассников: учеб.-метод. пособие / Н.В. Немова. – М.: АПК и ПРО, 2003.

Н.А. Минигулов
Шадринск, ШГПИ, 5 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *П.С. Коркина*

ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ЕГЭ ТИПА С6

В настоящее время при поступлении в вуз учитываются результаты ЕГЭ, от которых существенно зависит выбор профессионального пути выпускников. В рамках обычных уроков проблематично рассмотреть все вопросы, включаемые в ЕГЭ, в частности, задачи типа С6. Эти задания высокого уровня сложности предназначены для дифференциации абитуриентов вузов.

В аналитическом отчете ФИПИ отмечается, что в 2013 г. приступали к выполнению задания С6 всего 9–18 % выпускников. Положительный результат получили 7–10 % выпускников.

Задание типа С6 – это задание олимпиадного характера, рассчитанное на учащихся с достаточно высоким уровнем математической культуры и логического мышления, который формируется на протяжении всех лет обучения в школе.

Основные проблемы, возникающие при решении задач этого типа, связаны с непониманием логики задачи, неумением анализировать условие, использовать свойства целых чисел, проводить логический перебор, делать обоснованные выводы.

Теоретические сведения, необходимые для решения задач типа С6, можно разделить на те, которые в школе не изучаются вообще, и те, которые изучаются поверхностно и задолго до экзамена.

Успешность решения задач С6 во многом зависит от знаний методов их решения и умения пользоваться этими методами.

В зависимости от методов, лежащих в основе решения, задачи можно разделить на следующие виды: задачи, решаемые с использованием

– свойств делимости;
– десятичной записи числа;
– метода составления и решения диофантовых уравнений;
– свойств последовательностей (в частности, свойств прогрессий).

Приведённое разделение задач является условным, поскольку одна и та же задача может решаться не только с помощью одного из этих методов, но и при их сочетании. Заметим, что список не претендует на полноту, в частности в него не включены методы, которые так или иначе используются и отрабатываются в рамках школьного курса математики, например, нахождение наибольшего и наименьшего значения функции на промежутке.

М.А. Онохова
Пермь, ПГГПУ, 5 курс
Научный руководитель: ст. преп. *И.В. Мусихина*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ВОПРОСОВ КРАЕВЕДЕНИЯ ПРИ ОБУЧЕНИИ МАТЕМАТИКЕ

Проблема поддержания интереса учащихся к предмету математики на протяжении всего периода обучения в школе рождает поиски методических приёмов, которые активизировали бы мысль школьников и стимулировали их к получению новых знаний. Многие известные историки и педагоги (Б.В. Гнеденко, К.А. Рыбников, Г.И. Глейзер и др.) считают, что большие возможности для повышения интереса учащихся даёт использование в математическом образовании историко-математических сведений. Особое место в опыте работы учителей [1, 2] уделяется вопросам краеведения.

Текстовая задача, наполненная региональным содержанием, позволяет заинтересовать учащихся, сформировать познавательные потребности, сделать обучение математике содержательным. Краеведческий материал (длина рек, площадь территорий, история и т.д.) даёт возможность дополнить задачи учебника на разных этапах изучения материала. Характер подобных задач может быть разнообразен как по содержанию (вычисление промежутка времени, изменение численности населения, вычисление скалярных величин и т.д.), так и по форме изложения и способам решения.

Задачи на краеведческом материале можно использовать как на уроке (например, при введении понятия, уроки-соревнования), так и во внеаудиторной работе (например, межпредметный курс по выбору, посвящённый изучению родного края, «Конкурс знатоков своего края» на неделе математики).

Список литературы

1. *Кудряшова З.В.* Сборник задач по математике на краеведческом материале / З.В. Кудряшова. – Пермь, 2012.
2. *Кулешова Ю.В.* Краеведческая деятельность на уроках математики / Ю.В. Кулешова // Методическая копилка учителя математики и информатики [Электронный ресурс]. URL: http://kuleschowa.76204s029.edusite.ru.html (дата обращения: 20.05.2013).

С.В. Хорошилова
Нижний Новгород, НГПУ им.К. Минина, 5курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *С.В. Кириллова*

МЕТОД ПРОЕКТОВ В ОБУЧЕНИИ ГЕОМЕТРИИ УЧАЩИХСЯ КОЛЛЕДЖА

В стандарте второго поколения основного общего образования много внимания уделяется проектной деятельности учащихся. Её актуальность обусловлена тем, что в силу своей дидактической сущности она обеспечивает современные требования к развитию личности учащихся, учитывая их индивидуальные и возрастные особенности. Это объясняется тем, что в работе над проектом у учащихся развиваются коммуникативные, личностные и творческие способности, что отвечает социальным запросам общества.

Проанализировав работы, посвященные различным вопросам, связанным с проектной деятельностью учащихся, мы заметили, что конкретных разработок, позволяющих организовать проектную деятельность учащихся по математике, недостаточно. В связи с вышесказанным тема нашего дипломного исследования посвящена организации проектной деятельности учащихся колледжа при изучении стереометрии. Продемонстрируем организацию и использование метода проектов при изучении темы «Параллельность прямых и плоскостей» [1] для студентов колледжа.

После повторения теоретического материала введения учитель читает лекцию, где излагается материал о параллельности прямых, прямой и плоскости; взаимном расположении прямых в пространстве; угле между двумя прямыми и решаются ключевые задачи темы.

Материал о параллельности плоскостей, тетраэдре и параллелепипеде изучается учащимися через организацию их проектной деятельности. На выполнение проекта учащимся отводится 3–4 дня. В каждой группе учителем назначается ответственный (наиболее сильный учащийся), который распределяет содержание проекта среди остальных участников. Все дни ученики готовятся под руководством учителя. Далее на уроке-семинаре происходит защита проектов, в процессе чего учащиеся, которым эта тема не знакома, заполняют специально разработанную канву-таблицу по данным темам и оценивают выступления своих одногруппников вместе с учителем. После рассмотрения группой теоретического материала эти же учащиеся показывают решение ключевых задач.

Таким образом, с помощью проектной деятельности учащихся организуется изучение всего материала по геометрии 10-го класса, результаты которого представлены в дипломном исследовании.

Список литературы

1. Геометрия: учеб.для 10–11 кл. для общеобразоват. учреждений, авт. Л.С. Атанасян, В.Ф. Бутузов, С.Б. Кардомцев и др.– М.: Просвещение, 2006.

Л.С. Плотникова
Пермь, ПГГПУ, 6 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Г.Н. Васильева*

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ТЕСТОВ В ОЦЕНКЕ СФОРМИРОВАННОСТИ ЛОГИЧЕСКИХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ УЧАЩИХСЯ 5–6-х КЛАССОВ

Процессы глобализации, информатизации, ускорения внедрения новых научных открытий, быстрого обновления знаний и появления новых профессий требуют от людей повышенной профессиональной мобильности и непрерывного образования. Особую значимость приобретает готовность обучающихся к поиску и переработке информации, осознанность умственной деятельности, способность к переносу освоенных навыков на другие области.

Вместо простой передачи знаний, умений и навыков от учителя к ученику на первое место выходит развитие способности ученика самостоятельно ставить цели, проектировать пути их реализации, контролировать и оценивать свои достижения. Иначе говоря, ребёнок должен научиться ставить перед собой задачу «Учить себя!»на протяжении всего курса обучения В решении этой задачи главное место занимает формирование системы универсальных учебных действий (УУД) [1].

Формирование логических УУД напрямую зависит от того, каким образом выстроен образовательный процесс и организована учебная деятельность в классе. Для того чтобы наиболее продуктивно формировать логические УУД на уроках математики, необходимо придерживаться следующих методических рекомендаций.

1. Целенаправленно использовать задания на развитие логических УУД.

2. Задания должны быть разнообразными, в том числе и по формулировкам, следует избегать однотипности для формирования интереса и стимулирования активности детей.

3. Использование комплексных и многовариантных заданий обеспечивает активную мыслительную деятельность учащихся и тем самым осуществляется формирование УУД [2].

Нами разработаны тестовые задания с целью проверки способности учащихся создавать и преобразовывать модели и схемы для решения задач; осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий; давать определение понятиям; осуществлять сравнение, классификацию, самостоятельно выбирая основания и критерии для указанных логических операций.

Список литературы

1. *Асмолов А.Г.* Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе: от действия к мысли: пособие для учителя / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская и др. – М.: Просвещение, 2008.

2. *Савинов Е.С.* Примерная основная образовательная программа образовательного учреждения. Основная школа / сост. Е.С. Савинов. – М.: Просвещение, 2011.

Н.В. Банникова
Пермь, ПГГПУ, 4 курс
Научный руководитель: канд. физ. – мат. наук, доцент,
проф. РАЕ *А.Л. Красношеков*

УРОК-ПРАКТИКУМ «ПОСТРОЕНИЕ ПЛОСКИХ ЛИНЕЙНЫХ МНОЖЕСТВ ТОЧЕК С ПОМОЩЬЮ ГРАФИКОВ ЛИНЕЙНОЙ И КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИЙ»

Понятия «функция», графическое изображение соответствующих линейных множеств оказываются сложными для восприятия учащимися различных классов основной школы. Чтобы добиться определенных результатов в изучении функции, её свойств, графиков, их практического применения, следует предлагать новые разновидности уроков. Линейные плоские множества точек, соответствующие графикам линейной и квадратичной функций, могут составлять рисунки разнообразных животных, растений, образовывать различные сюжеты.

«Игнорирование образного мышления приводит к тому, что некоторые из ребят, не воспринимая формального, бессодержательного характера изучения понятий, теряют интерес к учебе. Поэтому использование образного мышления учеников является актуальной задачей, особенно при обучении математике, самой абстрактной из наук. Традиционно понятие функции вводиться с использованием таких бытовых ситуаций, которые создают неполное представление» [1, с.20].

В связи с этим нами разработаны такие практические задания, которые помогут учащимся более полно изучить свойства линейной и квадратичной функций, максимально используя их графическое представление. С учащимися 8 «б» класса гимназии №1 г. Перми был проведен урок-практикум, в ходе которого были предложены разноуровневые задания из предварительно разработанного атласа рисунков, среди которых содержатся: домик, рыбка, гриб, радуга, жук. Для выполнения заданий учащимся потребовались навыки построения графиков линейной и квадратичной функций на заданном отрезке.

В ходе выполнения заданий вызывали затруднения те рисунки, в построении которых использовались фрагменты параболы. Это связано с небольшим опытом в построении кривых линий без чертежных принадлежностей.

По окончании урока-практикума была предложена анкета в произвольной открытой форме. Статистический анализ ответов анкеты показал заинтересованность учащихся в таком виде занятий. Также отмечается ими содержательное наполнение урока-практикума.

Разработанный и реализованный урок-практикум в гимназии №1 г. Перми может быть использован в курсе математики основной школы.

Список литературы

1. *Цукарь А.Я.* Изучение функции в VII классе с помощью средств образного характера // Математика в школе. – 2000. – №4. – С. 20–27.

А.С. Кобелева
Пермь, ПГГПУ, 4 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *И.В. Магданова*

ЛОГИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ СУЖДЕНИЙ КАК НЕОБХОДИМЫЙ КОМПОНЕНТ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ

Всякое знание существует прежде всего в форме суждения. От того, насколько мы умеем правильно формулировать свои суждения, в том числе о явлениях и предметах окружающего мира, в определенной мере зависит чёткость и ясность нашей речи, а также умение адекватно воспринимать и прочитывать информацию, поступающую в процессе межличностного взаимодействия [1]. Более того, суждение как форма мышления является основой любой теории, в частности, математической. Умение оперировать с суждениями является универсальным учебным действием [2]. Поэтому необходимо знакомить учащихся с видами, структурой, функциями суждений, учить школьников их анализировать и формулировать.

Сказанное выше подчеркивает актуальность выбранной темы исследования и необходимость создания дидактических материалов, способствующих формированию культуры мышления, связанной с навыком логически грамотного оперирования суждениями как формой мышления.

Нами разработаны упражнения, основой которых является следующая схема анализа суждения:

I. Определить, каким является суждение: простым или сложным.

II. Простое суждение:

1) истинность суждения;

2) структура: объект суждения *S*; предмет суждения *P*; связка; квантор(ы); модальные операторы;

3) вид: суждение свойства, отношения, существования; по качеству; по количеству; по количеству и качеству.

III. Сложное суждение:

1) истинность суждения;

2) структура: количество простых суждений, входящие в состав сложного; работа с каждым простым по схеме II; логические связки.

В заключение подчеркнем, что математика является основой развития у учащихся познавательных универсальных действий, в первую очередь логических. Формирование умения грамотно анализировать суждения способствует совершенствованию познавательных универсальных учебных действий.

Список литературы

1. *Сковиков А.К.* Логика: учебник и практикум для бакалавров / А.К. Сковиков. – М.: Издательство Юрайт, 2013.

2. *Федеральный* государственный стандарт основного общего образования / Министерство образования и науки Рос. Федерации. – М.: Просвещение, 2011.

Э.Г. Пушкарева
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *В.Л. Пестерева*

УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКАЯ ДЕЯТЕЛЬНОСТЬ ШКОЛЬНИКОВ

Учебно-исследовательская деятельность учащихся определяется В.А. Далингером как учебная деятельность по приобретению практических и теоретических знаний с преимущественно самостоятельным применением научных методов познания, что является условием и средством развития у обучающихся творческих исследовательских умений [1]. Как и любая другая деятельность, она обладает определённой структурой: мотив, цель, план, действия, проверка результата, коррекция действий, которые имеют специфическое содержание, отличающее эту форму деятельности от других.

Цели учебно-исследовательской деятельности учащихся могут быть связаны

– с установлением свойств объектов;

– изучением истории их становления и развития;

– систематизацией конкретных данных об изучаемом объекте на основе широкого круга информации;

– выявлением возможностей исследуемого объекта (реальных и выдуманных) и др. [2].

Для успешной учебно-исследовательской деятельности учащемуся необходимо разработать план предполагаемых действий по решению поставленных задач. На данном этапе устанавливаются связи и отношения между гипотетическими знаниями (догадками, гипотезами).

С помощью тщательно продуманного структурированного плана учебно-исследовательской деятельности учащийся сознательно осуществляет такие действия, которые соответствуют основным этапам научного поиска. Проектирование помогает ученику видеть работу целиком и не выполнять лишних, ненужных или бессмысленных действий.

Любая учебно-исследовательская работа завершается выводами, сопоставлением полученных продуктов с её целями и задачами. Н.А. Семёнова выделяет такие результаты: формирование познавательных мотивов, субъектно-новое для ученика знание, новый способ деятельности, приобретённые исследовательские умения [2].

Работы школьников часто оформляются в виде рефератов, стенгазет, презентаций и защищаются на различных конкурсах, докладываются и обсуждаются на конференциях.

Учебно-исследовательская деятельность помогает учащемуся развивать творческие способности, нестандартно мыслить и самостоятельно находить выход из сложных ситуаций. В этой связи мы используем её в обучении математике.

Список литературы

1. *Далингер В.А.* Учебно-исследовательская деятельность учащихся в процессе изучения математики // Электронный научный журнал «Вестник Омского государственного педагогического университета» – выпуск 2007 [Электронный ресурс]. – URL:http://www.omsk.edu/article/vestnik-omgpu-195.pdf (дата обращения 25.01.2014).

2. *Семёнова Н.А.* Исследовательская деятельность учащихся / Н.А. Семёнова // Начальная школа. – 2006. – №2. – С.21-26.

Т.А. Павлова
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Г.Н. Васильева*

ТИПОЛОГИЯ ЗАДАЧ ЛИНИИ ТОЖДЕСТВЕННЫХ ПРЕОБРАЗОВАНИЙ ВЫРАЖЕНИЙ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

Под типологией понимают классификацию, представляющую соотношение между разными типами предметов, явлений внутри их системы в целом [2]. В методике обучения математике прослеживаются различные типологии задач. Например, в курсе алгебры основной школы выделяют задачи:

– решаемые составлением уравнения, системы уравнений (неравенств);

– на доказательство;

– на тождественные преобразования.

Внутри каждого типа задачи делят на виды: задачи-проблемы (метод решения неизвестен учащимся), задачи-упражнения (метод решения известен учащимся). Первый вид называют нетиповыми, второй вид – типовыми [1]. Типовые задачи делятся на задачи, решаемые средствами

– арифметики,

– геометрии,

– алгебры и математического анализа.

Ю.М. Колягиным представлена типология задач, основанная на зависимости типа задачи от её неизвестных компонентов. Компонентами задачи являются условие (У), базис решения (О), заключение задачи (вопрос, З), решение (Р). На основе выделенных компонентов введены виды задач: стандартные, обучающие, поисковые и проблемные. При этом задача, в которой определено условие и известен способ решения и его обоснование, называется стандартной. Задачи такого типа содержатся в школьных учебниках по алгебре при изучении формул сокращенного умножения: «Раскройте скобки $(c+d)^2$» [3, с. 59]. Задача, в которой неизвестен один из основных компонентов (или недостаточно определен), называется обучающей. Задачи такого типа также встречаются в основном содержании практических заданий школьного учебника. Примером может быть задание на нахождение значения выражения: $(a+3)^2-(a-2)(a+2)$ при $a=-3{,}5$ [3].

Задача, в которой неизвестны какие-либо два компонента, называется поисковой. Так, задача «Замените знаки «*» одночленами так, чтобы выполнялось равенство $(6a^5+*)^2=*+*+25x^2$» [3, с.63], является примером поисковой. Задачи такого типа чаще всего можно найти в олимпиадных заданиях.

Задача, в которой неизвестны какие-либо три компонента, называется проблемной. Задачи такого типа практически не встречаются в упражнениях.

Список литературы

1. *Колягин Ю.М.* Задачи в обучении математике. Ч. I. Математические задачи как средство обучения и развития учащихся. – М.: Просвещение, 1977.

2. *Ожегов С.И.* Толковый словарь русского языка / С.И. Ожегов, Н.Ю. Шведова. – М.: АЗЪ, 1992.

3. *Мордкович А.Г.* Алгебра. 7 кл.: задачник для общеобразоват. учреждений / А.Г. Мордкович, Т.Н. Мишустина, Е.Е. Тульчинская. – 6-е изд., испр. – М.: Мнемозина, 2003.

Т.А Лопоухова
Пермь, ПГГПУ, 4 курс
Научный руководитель: канд. физ.-мат. наук, доцент *М.С Ананьева*

ПРИМЕНЕНИЕ МУЛЬТИМЕДИЙНЫХ СРЕДСТВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «ВЕКТОРЫ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

Мультимедиа – совокупность компьютерных технологий, включающих графику, текст, видеоряд, фотографию, а также анимацию и звуковые эффекты [2]. Использование мультимедийных технологий в обучении позволяет дифференцировать и индивидуализировать процесс усвоения знаний. Имеется ещё ряд достоинств, среди которых

– возможность постоянного обновления дидактического материала;

– гиперсвязь частей одного текста, между различными материалами, в том числе с литературой в электронных библиотеках и образовательных сайтах.

Результативность процесса обучения во многом зависит от тщательности выбора методики контроля. Тест является одним из эффективных и рациональных дополнений к традиционным методам проверки знаний, умений и навыков учащихся. Тестирование соответствует принципу самостоятельности в работе ученика и является одним из средств индивидуализации в учебном процессе.

Существует много программ для создания тестов. Одна из них – MyTest X – система программ для создания и проведения компьютерного тестирования, сбора и анализа результатов, оценивания по указанной в тесте шкале. Система состоит из трех модулей: тестирования (MyTestStudent), редактора тестов (MyTestEditor) и журнала тестирования (MyTestServer) [1]. Учителю доступны все модули программы; тест создается с помощью модуля MyTestEditor. Для учеников доступен только один модуль – MyTestStudent, где они и проходят тестирование. Благодаря модулю MyTestServer учитель может получить информацию о выполнении учащимися заданий, а также о том, какие из них вызывают наибольшие трудности. Это позволит учителю своевременно ликвидировать пробелы в знаниях учащихся.

В исследовании предпринята попытка демонстрации MyTest X для проверки усвоения учащимися на примере темы «Векторы» школьного курса геометрии. Для проверки усвоения основных понятий темы и начальных сведений о векторах был создан тест, содержащий 8 заданий различных типов – открытые и закрытые, с одним или двумя правильными ответами.

Список литературы

1. Компьютерное тестирование знаний MyTestX [Электронный ресурс]. – Электрон. дан. – URL: http://mytest.klyaksa.net (дата обращения: 28.11.2013).

2. Хайдаров К.А. Мультимедийные технологии [Электронный ресурс] // Технологии программирования. – Электрон. дан. – URL: http://www.bourabai.ru (дата обращения 01.01.2014).

К.Н. Наметова
Пермь, ПГГПУ, 4 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Е.Л. Черемных*
Консультант: *Н.А. Казанцева* (12М)

ПРИМЕНЕНИЕ ИНТЕРАКТИВНЫХ МЕТОДОВ В ОБУЧЕНИИ РЕШЕНИЮ ЗАДАЧ С ПАРАМЕТРАМИ

Задачи с параметрами являются одними из наиболее трудных для восприятия в процессе изучения математики. Следовательно, они требуют особого методического сопровождения:

– построения тактики поиска,

– выбора метода решения,

– выявления и отработки алгоритма его реализации.

Одним из эффективных средств обучения решению таких задач может стать применение учителем интерактивных методов, например, мозгового штурма и сократического диалога.

Используя при организации коллективного поиска решения задачи мозговой штурм, педагог предлагает учащимся разделиться на команды, каждая из которых должна выдвинуть как можно больше разнообразных идей, способов нахождения ответа. Все предложенные пути решения фиксируются, затем при совместном обсуждении выбирается наиболее рациональная и возможная для исполнения идея, определяются достоинства и недостатки всех предложенных вариантов, отмечаются наиболее оригинальные.

Само обсуждение целесообразно проводить в форме сократического диалога. При этом педагогу требуется продумать комплекс вопросов, которые бы стимулировали активность учащихся, способствовали осуществлению коммуникации между ними.

Рассмотрим применение мозгового штурма в обучении поиску решения задачи с параметром: «При каких значениях a функция $f(x) = 2ax^3 + 3(3-2a)x^2 - 36x + 4$ возрастает на отрезке $[1; \frac{3}{2}]$?» [1].

После работы в командах учитель выписывает все предложенные идеи решения на доску. Затем он предлагает объединить в группы сходные версии. В итоге, как правило, таких групп получается две: графический и аналитический методы решения. Из них командам после очередного обсуждения предлагается выбрать одну. На данном этапе важно выстроить диалог с учащимися так, чтобы они сами выделили ту группу методов, которая является наиболее эффективной для рассматриваемой задачи, и обосновали свой выбор. Затем, при поиске наиболее «простой для исполнения» из оставшихся идей решения (в данном случае – применение теории дифференциального исчисления), в случае возникновения затруднений у учащихся учителем задается вопрос: «Какие факты математической теории можно использовать, если идет речь о возрастании функции на отрезке?». Поиск ответа на него позволяет командам в конечном итоге выйти на способ решения задачи с помощью производной.

Список литературы

1. *Амелькин В.В.* Задачи с параметрами: справоч. пособие по математике / В.В. Амелькин, В.Л. Рабцевич. – М.: Просвещение, 2004.

Н.И. Политова
Глазов, ГГПИ, 4 курс
Научный руководитель: канд. физ.-мат. наук, доцент *Л.Т. Крежевских*

СЛОЖНОЕ ОТНОШЕНИЕ ЧЕТЫРЕХ ТОЧЕК ПРЯМОЙ В ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

Как известно, сложное отношение четырех точек прямой является основным проективным инвариантом [1] и поэтому играет важную роль в проективной геометрии. Во-первых, оно лежит в основе ряда понятий проективной геометрии и их свойств. Во-вторых, имеет интересные практические приложения.

Перед автором стояла цель: выявить основные типы геометрических задач, связанных со сложными отношениями точек и прямых. В результате проведенного исследования было выяснено, что можно выделить две большие группы таких задач: задачи, в условии которых фигурирует данное понятие, и задачи, в условии которых ничего о нем не говорится, но при их решении используется это понятие и его свойства. Каждая группа включает задачи на вычисление, доказательство и построение. Приведем примеры.

1.1. Найти (AD,BC), (BA,DC), (AB,CD), если $(AC,BD)=-\frac{3}{4}$.

1.2. Прямые c и d содержат биссектрисы углов, образованных пересекающимися прямыми a и b. Докажите, что $(ab,cd)=-1$.

1.3. На евклидовой плоскости даны три попарно параллельные прямые *a, b, c.* С помощью одной линейки проведите прямую, четвертую гармоническую к трем данным.

2.1. *P* – точка пересечения диагоналей, *Q* – точка пересечения продолжений боковых сторон *AB* и *CD* трапеции *ABCD,* прямые *PQ* и *BC* пересекаются в точке *M, AM* и *BD* – в точке *N, QN* и *AD* – в точке *X.* Найдите отношение *AX* : *XD.*

2.2. Докажитье, что прямая, соединяющая точку пересечения диагоналей трапеции с точкой пересечения продолжений её боковых сторон, делит основания трапеции пополам.

2.3. На евклидовой плоскости даны две параллельные прямые и на одной из них отрезок *AB.* Пользуясь одной линейкой, удвойте отрезок *AB.*

Задачи первой группы помогут выработать навыки для решения задач второй группы.

Задачи второй группы являются более сложными, часто требующими перехода в расширенную плоскость, и демонстрируют связь элементарной геометрии с проективной.

Список литературы

1. *Атанасян Л.С.* Геометрия: в 2 ч. / Л.С. Атанасян, В.Т. Базылев. – М.: Просвещение, 1987. – Ч. 2

Л.Р. Карамова
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, ст. преп. *А.Ю. Скорнякова*

О РЕШЕНИИ СИСТЕМ ЛИНЕЙНЫХ АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ПРИМЕНЕНИЕМ КОМПЬЮТЕРА

К системам линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) сводятся решения многих задач из различных областей науки [1]. Несмотря на то что в этом случае вопрос о СЛАУ является второстепенным, зачастую он связан с громоздкими и трудоёмкими операциями. В указанной ситуации разумно применять системы компьютерной математики (СКМ), частным случаем которых являются Mathematica и MathCad [2; 3], имеющие схожие возможности в плане решения СЛАУ (таблица).

Характеристики Mathematica и MathCad

Характеристика СКМ	Mathematica	MathCad
Численный поиск решения СЛАУ	+	+
Решение систем уравнений в символьном виде	+	+
Наличие стандартных функций к методам Крамера, Гаусса и обратной матрицы	+	+
Необходимость записи множества служебных слов	+	±

Характеристика СКМ	Mathematica	MathCad
Наличие стандартных кнопок редактирования СЛАУ	±	+
Необходимость знания встроенного языка программирования	+	±

Демонстрация решения системы уравнений в символьном виде приведена на рисунке. Таким образом, использование СКМ при решении различных практических задач, сводящихся к СЛАУ, позволяет сократить время выполнения рутинных операций, отследить последовательность производимых пользователем действий, проверить ответы в домашних заданиях и этим самым закрепить навыки и умения, полученные студентами на аудиторных занятиях.

given

2x+4y+3z=1

x-2y+4z=3

3x-y+5z=2

$$\mathrm{Find}(x,y,z) \rightarrow \begin{pmatrix} -1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}$$

Рис. Решение СЛАУ в MathCad

Список литературы

1.*Бояршинов М.Г.* Методы вычислительной математики / М.Г. Бояршинов. – Пермь: Изд-во Перм. гос. техн. ун-та, 2008.

2. *Мостовской А.П.* Численные методы и система Mathematica / А.П. Мостовской. – Мурманск: МГПУ, 2009.

3.*Семенов С.П.* Системы компьютерной математики / С.П. Семенов, В.В. Славский, П.Б. Татаринцев. – Барнаул: АГУ, 2004.

И.Л. Тарасова
Пермь, ПГГПУ, 4 курс
Научный руководитель: доцент *И.С. Цай*

РАЗВИТИЕ ПОЗНАВАТЕЛЬНОЙ САМОСТОЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ

Современный уклад нашей жизни, современное производство требуют от человека не просто определенного уровня знаний, но и стимулируют его приобщение к образовательной деятельности, направленной на беспрерывное обновление, совершенствование, расширение имеющихся знаний, т.е. развитие познавательной самостоятельности по-прежнему является актуальной задачей, стоящей перед школой. Проблема развития познавательной самостоятельности неоднократно рассматривалась многими дидактами и психологами современности. На основе анализа методической и педагогической литературы было выявлено, что к определению познавательной самостоятельности существует несколько подходов: одни авторы рассматривают её, отдавая предпочтение деятельностной стороне, другие – психологическим аспектам.

Познавательная самостоятельность – это стремление и умение без посторонней помощи овладевать знаниями и способами деятельности, решать познавательные задачи [3, с. 69]. Также было установлено, что в основе развития познавательной самостоятельности школьников лежит развитие мотивации самостоятельной познавательной деятельности, как внутренней, так и внешней. Значит, при разработке учебных средств, направленных на развитие мотивации самостоятельного познания, необходимо это учитывать.

Одним из основных источников развития познавательной самостоятельности является волевая регуляция. Воля выражается в способности человека к «сознательному регулированию и активизации своего поведения», сущность воли заключается в том, что это «потребность в преодолении препятствий» [2, с. 48].

Выделяют следующие уровни сформированности познавательной самостоятельности: копирующая, воспроизводяще-выборочная, творческая [1].

Несмотря на глубокую проработку вопроса в исследованиях многих авторов, сегодня эффективность работы педагогических коллективов школ по развитию познавательной самостоятельности учащихся недостаточна, и, как следствие, у учащихся уровень стремления к самостоятельному познанию низок.

Список литературы

1. *Половникова Н.А.* Система и диалектика воспитания познавательной самостоятельности школьников / Н.А. Половникова // Воспитание познавательной активности и самостоятельности учащихся. – Казань, 1969. – С.45–61.

2. *Симонов П.В.*Темперамент. Характер. Личность / П.В. Симонов. – М.: Наука, 1984.

3. *Шамова Т.И.* Активизация учения школьников / Т.И. Шамова. – М.: Педагогика, 1982.

Д.П. Гребенщикова
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: канд. пед наук, доцент *Ю.В. Корзнякова*

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ ТУРНИРЫ Е.А. ДЫШИНСКОГО: СОВРЕМЕННЫЙ ПОДХОД

На математическом факультете хорошо знают имя Евгения Александровича Дышинского. Много лет он возглавлял кафедру методики преподавания математики в нашем вузе. Большое внимание Е.А. Дышинский уделял дидактическим играм. Большинство из них описано в его книге «Игротека математического кружка» [1]. К числу таких игр относятся математические состязания, «Математические лабиринты», «Математические следопыты», «Математический поезд», «Математический кросс» и другие. До сих пор с большим удовольствием выпускниками, студентами и преподавателями факультета применяются многие из них. Также в арсенале игротеки есть турниры: «Турнир смекалистых», «Математические барьеры».

Проанализируем специфику турнира «Математические барьеры».

Основной его идеей является решение задач, которые служат некими барьерами, преодолеть их нужно за короткое время и с наибольшим количеством жетонов, выдаваемых за правильный ответ. Турнир заканчивается по прохождению его участниками всех барьеров.

На его проведение требуется определённое пространство (например, часть коридора) и шнуры, на которых крепятся карточки-задания. На каждом барьере свой судья, следящий за проведением игры на своем участке [1].

Организовать «Математические барьеры» достаточно трудоёмко: эта игра требует больших трудозатрат на оформление и проведение. Немаловажным является и наличие соответствующего помещения, в котором проводится турнир. Эти причины натолкнули нас на мысль об ином варианте проведения этой игры – с использованием компьютерных технологий, не требующих большого количества организаторов, судей и специального оформления помещения. Основной замысел турнира остается прежним, только весь процесс игры (оформление и последовательность решения задач) отражается на экране через проектор. На наш взгляд, это намного облегчает проведение и организацию игры: не требуется судья для каждого этапа и время на оформление помещения.

Таким образом, игра может быть реализована в современных условиях с экономией времени и сил. Тематика турнира может быть различной в зависимости от желания и интересов организаторов.

Такого рода турнир планируется провести в ближайшее время для студентов математического факультета и оценить применение новой формы организации игры.

Список литературы

1. *Дышинский Е.А.* Игротека математического кружка: пособие для учителя / Е.А. Дышинский. – М.: Просвещение,1972. – С. 21–23.

Т.А. Старикова
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Г.Н. Васильева*

ЛОГИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ДЛЯ МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Человеку в течение жизни приходится искать выход из затруднительных положений не только с помощью здравого смысла или насущных потребностей, но и руководствуясь конкретным логическим рассуждением. Последнее является продуктом развитого мышления. Средством его развития является формирование умений строить правильные умозаключения, чему способствует обучение математике, в частности, решение логических задач. Каждая из таких задач – миниатюра, побуждающая к самостоятельному исследованию.

В научной литературе представлены самые разнообразные логические задачи: «Кто есть кто?», «истинностные» задачи, задачи на переливания и взвешивания и другие [2, 3]. Решать такие задачи можно самыми разными методами: с помощью рассуждений, таблиц, графов алгебры логики и других. Каждый из этих методов применим к решению логических задач разных областей. Рассмотрим задачу и приведем её решение методом графов.

«Мастер спорта Седов, кандидат в мастера Чернов и перворазрядник Рыжов встретились в клубе перед началом турнира.

– Обратите внимание, – заметил черноволосый, – один из нас седой, другой рыжий, а третий черноволосый. Но, ни у кого цвет волос не соответствует фамилии. Забавно, не правда ли?

– Ты прав, – подтвердил мастер.

Какого цвета волосы у кандидата в мастера?» [1].

Для решения данной задачи с помощью метода графов рассмотрим два множества объектов: множество имён и множество цветов волос. Элементы множеств на плоскости изобразим точками. Если по условию задачи между двумя элементами множеств есть соответствие, то соединим их сплошной линией, если же нет соответствия, то пунктирной. Используя условие задачи, получаем на графике её наглядное решение (двойные линии): у кандидата в мастера седые волосы (рисунок).

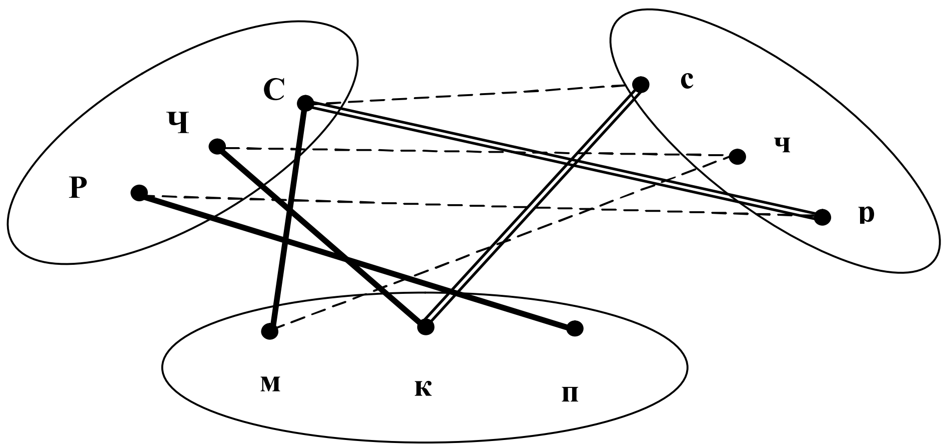


Рис.

Пример данной задачи показывает простоту использования метода графов, возможность его освоения младшими школьниками. Решение таких задач способствует формированию умения логически рассуждать, а также овладению методами решения задач.

Список литературы

1. *«Квант»* для младших школьников // Квант. – 1998. – № 2. – С. 34.
2. *Мадер В.В.* Математический детектив: кн. для учащихся / В.В. Мадер. – М.: Просвещение, 1992.
3. *Нестеренко Ю.В.* Задачи на смекалку / Ю.В. Нестеренко, С.Н. Олехник, М.К. Потапов. – М.: Дрофа, 2005.

З.С. Чиркова
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доцент *Г.Н. Васильева*

ОБУЧЕНИЕ РЕШЕНИЮ АРИФМЕТЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Одной из основных целей современного образования является формирование математической грамотности школьников. Она включает в себя, в частности, умение решать арифметические задачи. Неслучайно в ФГОС отмечается, что «Содержание раздела “Арифметика”» служит базой для дальнейшего изучения учащимися математики, способствует развитию их логического мышления, формированию умения пользоваться алгоритмами, а также приобретению практических навыков, необходимых в повседневной жизни» [1, с. 37]. Под арифметической будем понимать такую сюжетную задачу, которая решается с помощью основных арифметических действий. Для уяснения учащимися текста задачи и нахождения способа решения используется построение модели-схемы, диаграммы, таблицы.

Рассмотрим пример задачи.

«У двух рыбаков спросили:

– Сколько рыбы в ваших корзинах?

– В моей корзине половина числа рыб, находящихся в корзине у него, да еще 10, – ответил первый.

– А у меня в корзине столько рыб, сколько у него, да еще 20, – сказал второй. Сколько же рыб у обоих?»

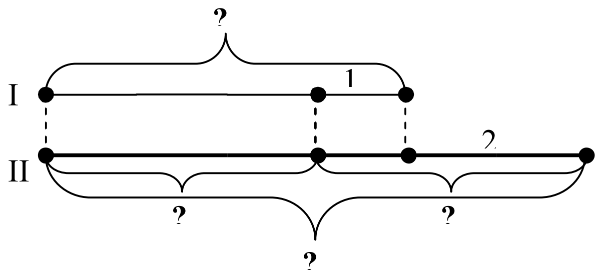


Рис.

Модель текста со всеми вытекающими из нее данными будет выглядеть так (рисунок).

В решении арифметических задач используются такие методы, как построение модели (отображение условия в схеме, рисунке, позволяющее открыть способ решения задачи), индуктивное рассуждение (процесс анализа частных случаев, заданных в условии до их обобщения, приводящего к искомому результату) и синтетический (последовательность арифметических действий, приводящих к результату). При решении задачи конкретным приёмом используются определенные универсальные логические действия.

Список литературы

1. *Фундаментальное* ядро содержания общего образования / Рос. акад. наук, Рос. акад. образования; под ред. В.В. Козлова, А.М. Кондакова. – 4-е изд., дораб. – М.: Просвещение, 2011.

Н а у ч н о е   и з д а н и е

ВОПРОСЫ МАТЕМАТИКИ, ЕЁ ИСТОРИИ И МЕТОДИКИ ПРЕПОДАВАНИЯ В УЧЕБНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИХ РАБОТАХ

Выпуск 7

Материалы межрегиональной научно-практической конференции
студентов математических факультетов

Ответственный за выпуск:
Корзнякова Юлия Викторовна

Редактор *М.Н. Афанасьева*
Компьютерный набор выполнен *И.В. Косолаповой*

Свидетельство о государственной аккредитации вуза
№ 0902 от 07.03.2014 г.
Изд. лиц. ИД № 03857 от 30.01.2001 г.
Подписано в печать 06.05.2014. Формат 60×90 1/16
Бумага ВХИ. Набор компьютерный. Печать на ризографе.
Усл. печ. л. 3,3. Уч.-изд. л. 4,5
Тираж 100 экз. Заказ № _______

Редакционно-издательский отдел
Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета
614990, г. Пермь, ул. Сибирская, 24, корп. 2, оф. 71,
тел. (342) 238-63-12

Отпечатано на ризографе в копировально-множительном центре
Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета
614990, г. Пермь, ул. Сибирская, 24, корп. 2, т. (342) 2-386-412