МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего профессионального образования
«Пермский государственный гуманитарно-педагогический университет»

Математический факультет

Материалы научно-практической конференции студентов математического факультета ПГГПУ

(12 ноября 2013 г., г. Пермь)

Сборник тезисов докладов

Пермь
ПГГПУ
2013

УДК 51
ББК В1
М 341

М 341 **Материалы научно-практической конференции студентов математического факультета ПГГПУ** (12 ноября 2013 г., г. Пермь) **:** сб. тезисов докл. / под общ. ред. Ю.В. Корзняковой ; Перм. гос. гуманит.-пед. ун-т. – Пермь, 2013. – 24 с.

В сборнике представлены тезисы докладов студентов на научно-практической конференции, проходящей в рамках осенней научной сессии студентов математического факультета ПГГПУ.

Материалы могут быть полезны студентам и учителям математики.

УДК 51
ББК В1

Печатается по решению редакционно-издательского совета Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета

Издано при поддержке Проекта № 13 «Совершенствование профориентационной работы и развитие довузовской подготовки» Программы стратегического развития ПГГПУ на 2012–2016 гг.

Оглавление

В.В. Белькова

Пермь, ПГГПУ, 3 курс

Научный руководитель: канд. пед. наук, доц. *В.И. Данилова*

О МАТРИЦАХ И ИХ ВИДАХ

Понятие матрицы впервые появилось в середине XIX в. в работах У. Гамильтона и А. Кэли. Фундаментальные результаты в теории матриц принадлежат К. Вейерштрассу, М. Жордану, Ф. Фробениусу.

А. Кэли в 1859 г. значительно расширил область матричной алгебры, показав, что матрица может рассматриваться как единый алгебраический символ, который удовлетворяет всем постулатам обычной алгебры, за исключением переместительного закона умножения.

Ф. Фробениус в 1879 г. ввел понятие ранга матрицы, что позволило ему сформулировать необходимое и достаточное условие совместности неоднородной системы в той форме, в какой она вошла в учебники нашего времени.

Современное название матрицы было введено английским математиком Д. Сильвестром [1].

Матрицы позволяют оперировать с массивами чисел, функций или символов и имеют широкие приложения не только в математике, но и в других отраслях знания, например, в физике, информатике, экономике и т.д. При помощи матриц можно решать системы обычных или дифференциальных уравнений, предсказывать значения физических величин в квантовой теории, шифровать сообщения в Интернете и многое другое.

Для матриц допускаются такие алгебраические операции, как сложение, (матрицы при этом должны иметь один и тот же размер); умножение матриц подходящего размера (количество столбцов первой матрицы должно совпадать с количеством строк второй); умножение матрицы на элемент основного кольца или поля [2].

В математике рассматривается множество различных типов и видов матриц. Таковы, например, нулевые, единичные, диагональные, симметрические, кососимметрические, эрмитовы, ортогональные, унитарные, инволютивные и др.

Нулевая матрица играет такую же роль, что и нуль при сложении вещественных чисел. Единичная матрица, как частный вид диагональной, в матричной алгебре является аналогом единицы в системе вещественных чисел, а именно – при умножении на эту матрицу (справа или слева) исходная матрица не изменяется.

Применение матриц в математике не только делает более компактной запись систем линейных алгебраических и дифференциальных уравнений, но и упрощает их вычисление и решение.

Список литературы

1. *Корнилов В.С.* История развития вычислительной математики. – М.: МГПУ, 2010. – 9 с.
2. *Кострикин А. И.* Введение в алгебру. Ч. 3: Основные структуры. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. – 272 с.

Г.С. Бушуев
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доц. *Л.П. Латышева*

О ПРЕДЕЛЬНОМ ПЕРЕХОДЕ В НЕСТАНДАРТНОМ МАТЕМАТИЧЕСКОМ АНАЛИЗЕ

В отличие от классического нестандартный математический анализ, основоположник которого – американский математик Абрахам Робинсон, обусловлен использованием в нем запрещённых ранее положений о бесконечно больших и бесконечно малых постоянных величинах.

В общем случае число ε называют бесконечно малым, если при сложении его с самим собой все полученные числа вида

$\varepsilon,\quad \varepsilon+\varepsilon,\quad \varepsilon+\varepsilon+\varepsilon,\quad \varepsilon+\varepsilon+\varepsilon+\varepsilon,\ \ldots$ окажутся меньше 1.

При этом число $\frac{1}{\varepsilon}$ бесконечно велико. Элементы полученного нового множества называют гипердействительными числами.

Стандартной частью $st(x)$ конечного гипердействительного числа x называют такое число v, что $x = v + \varepsilon$ для бесконечно малого ε. Поэтому каждое конечное гипердействительное число может быть представлено единственным образом в виде $v + \varepsilon$, где v – стандартное число, ε – бесконечно малое. Число a называют пределом последовательности $x_1, x_2, \ldots, x_n$, если для любого бесконечно большого гипернатурального n разность $x_n - a$ бесконечно мала [1].

Это определение эквивалентно классическому определению предела последовательности. Однако оно позволяет по-новому находить пределы. Например, для нахождения предела $\lim\limits_{n\to\infty}\frac{(n+1)^2}{2n^2}$ возьмём бесконечно большое i.

Далее рассмотрим

$$st\left(\frac{(i+1)^2}{2i^2}\right) = st\left(\frac{i^2+2i+1}{2i^2}\right) = st\left(\frac{i^2}{2i^2}+\frac{2i}{2i^2}+\frac{1}{2i^2}\right) = \frac{1}{2}$$

По сути, заменим переменную n, которая стремится к бесконечности, гипердействительным бесконечно большим числом i. Тогда общий член последовательности превратится в гипердействительное число. Учитывая то, что a является стандартной частью конечного гипердействительного числа $a+\varepsilon$ (т.е. $st(a+\varepsilon) = a$), приведем данное число к виду $a+\varepsilon$, где ε бесконечно малое, и получим, что стандартное число a есть искомый предел.

Из вышеизложенного ясно, каковы основные отличия в подходе к решению задач предельного перехода методами нестандартного анализа.

Список литературы

1. *Успенский В.А.* Что такое нестандартный анализ? – М.: Наука, 1987. – 128 с.

А. А. Давыдова
Пермь, ПГГПУ, 2 курс магистратуры
Научный руководитель: д-р физ.-мат. наук, проф. *А.Е. Малых*

ЗАДАЧА КОММИВОЯЖЁРА

В настоящее время задача коммивояжёра формулируется как задача математического программирования по определению оптимального маршрута движения коммивояжёра, цель которого состоит в том, чтобы посетить все объекты, записанные в задании, за кратчайший срок и с наименьшими затратами. В теории графов – это поиск пути, связывающего два или более узлов, с использованием критерия оптимальности.

Задача коммивояжёра является типичной для оптимизационных задач, которые широко применяются при разработке программного обеспечения. Также ее можно рассматривать как упрощенную модель для многих других задач дискретной оптимизации. В области оптимизации дискретных задач она служит своеобразным катализатором, стимулирующим разработку наиболее эффективных методов, алгоритмов и способов их машинной реализации.

Особенностью задачи о коммивояжере является необходимость дополнительно учитывать расстояния от города до города, которые предполагаются известными. Эти «расстояния» можно заменить на количество затраченного времени, стоимость проезда или предполагать другие произвольные значения. В общем случае даже не предполагается, что стоимость проезда из пункта i в j обязательно совпадает со стоимостью обратного проезда из j в i. Рассматриваемая задача соединяет в себе простоту условия и сложность решения, которая обусловлена большими размерами поискового пространства.

На графах задача формулируется следующим образом: требуется найти гамильтонов цикл наименьшей стоимости во взвешенном полном графе, т.е. кратчайший замкнутый путь, содержащий каждую вершину кроме первой и последней точно один раз [4].

Гамильтонов путь (или **гамильтонова цепь**) – это путь (цепь), содержащий каждую вершину графа ровно один раз. Гамильтонов путь, начальная и конечная вершины которого совпадают, называется **гамильтоновым циклом**.[2]

Гамильтоновы путь, цикл и граф названы в честь ирландского математика У. Гамильтона, который впервые определил эти понятия, исследовав задачу «кругосветного путешествия» по додекаэдру, узловые вершины которого символизировали крупнейшие города Земли, а ребра – соединяющие их дороги.

Алгоритмы решения этой задачи делятся на точные и приближенные. Все точные фактически представляют собой оптимизированный полный перебор вариантов. Иногда эти алгоритмы достаточно быстро находят решения, но в общем случае приходится перебирать все $n!$ циклов.

При постановке задачи коммивояжёра для k коммивояжеров на множестве из n+1 городов строится k замкнутых маршрутов по следующим правилам:

- один из городов, называемый **базой**, входит во все маршруты;
- каждый из городов, исключая базу, входит в ровно один из маршрутов;
- суммарная длина всех маршрутов минимальна [3].

Задача коммивояжёра может быть решена с применением любой процедуры исчерпывающего поиска (полного перебора), однако на практике для ускорения процесса поиска необходимы и другие соображения, использующие специфику этой задачи; решение посредством полного перебора возможно лишь при наличии общих сведений о задаче или пространстве поиска. В общем случае задача разрешима тогда, когда исследование части пространства поиска дает существенную информацию о характере оставшейся части этого пространства.

Задача коммивояжёра имеет ряд практических применений: как правило, речь идет либо о простом перемещением по заданным точкам, либо с развозом груза небольшого формата или веса на транспортном средстве, вмещающем большое количество единиц. Примером реализации задачи является составление оптимального маршрута пополнения банкоматов денежной массой; сбора сотрудников для доставки вахтовым методом; расклейки афиш; сбора наличных денежных средств из терминалов и др. В этом случае вершинами являются места установки терминалов (банкоматов и т.д.) и «базовый пункт». Стоимостью каждого ребра (отрезка маршрута) является время в пути между двумя точками (вершинами) маршрута.

Задачи коммивояжёра решаются посредством различных методов, полученных в результате теоретических исследований. Все эффективные методы, сокращающие полный перебор, — эвристические. В большинстве их находится не самый эффективный маршрут, а приближённое решение.

Выделяют следующие группы методов решения задач коммивояжёра:

- Полный перебор.
- Случайный перебор.
- Жадные алгоритмы (метод ближайшего соседа, метод включения ближайшего города, метод самого дешевого включения).
- Метод минимального остовного дерева (деревянный алгоритм).
- Метод имитации отжига.
- Метод ветвей и границ.
- Метод генетических алгоритмов.
- Алгоритм муравьиной колонии [1].

Безусловно, изучение особенностей задачи коммивояжёра и методов ее решения является актуальным сегодня, оно задает творческий импульс для новых эвристических алгоритмов решений задачи коммивояжёра и родственных транспортных оптимизационных задач в условиях, когда современная жизнь накладывает различные ограничения на поиск наилучшего варианта. Это свидетельствует о том, что потребность в эффективном решении задачи коммивояжёра за реальное время будет расти и в будущем. Кроме того, потребуется разработка новых практических применений этой задачи.

Список литературы

1. *Липатов Е. П.* Теория графов и её применения. – М.: Знание, 1986.
2. *Оре О*. Графы и их применение : пер. с англ. / под ред. И.М. Яглома. – М.: Мир, 1965.
3. *Маркова Е. В., Лисенков А. Н.* Комбинаторные планы в задачах многофакторного эксперимента. – М.: Наука, 1979.
4. *Hamilton W.R.* Account of Icosian Calculus // Proceedings of the Royal Irish Academy. – 1858. – V.6. – P. 415–416.

Н.А. Казанцева
Пермь, ПГГПУ, 2 курс магистратуры
Научный руководитель: канд. пед. наук, доц. *Е.Л. Черемных*

ФРЕЙМОВЫЕ МОДЕЛИ УЧЕБНОГО СОДЕРЖАНИЯ ТЕОРИИ ФУНКЦИЙ КОМПЛЕКСНОГО ПЕРЕМЕННОГО

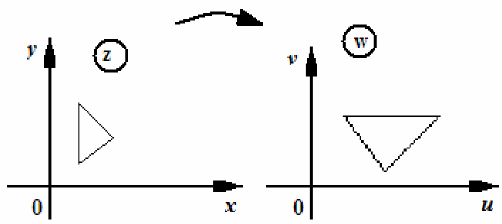
Одно из направлений развития современного образования связано с применением новых информационных технологий в процессе отбора, накопления, систематизации и передачи знаний, в том числе для создания наглядных моделей изучаемого материала. К числу последних относится технология наглядного моделирования (Е.И. Смирнов), под которым в обучении математике понимается процесс формирования адекватного категории диагностично поставленной цели устойчивого результата внутренних действий обучаемого на основе моделирования существенных свойств, отношений, связей и взаимодействий при непосредственном восприятии приемов знаково-символической деятельности с отдельным математическим знанием или упорядоченным набором знаний [2, с. 103].

Основной задачей повышения эффективности применения наглядности в обучении математике в педвузе является отыскание и применение на практике активных методов организации учебной познавательной деятельности. Представление знаний в концепции наглядного моделирования рассматривается в виде логических, семантических, реляционных, продукционных, фреймовых и гипертекстовых моделей [2, с. 80]. Для формирования их в сознании обучающегося необходима разработка соответствующих моделей представления содержания учебных элементов. Одним из аргументов, подтверждающих данную точку зрения, являются результаты психологических исследований, которые свидетельствуют, что комплексная подача учебной информации в образном, словесном, графическом, знаковом, символическом виде способствует наилучшему ее пониманию и прочности усвоения.

Остановимся более подробно на фреймовой модели. Эта модель представления знаний была предложена М. Минским в 1979 г. как структура знаний для восприятия пространственных сцен. Он дает следующее определение: «Фрейм (рамка) − это единица представления знаний, запомненная в прошлом, детали которой при необходимости могут быть изменены согласно текущей ситуации» [1, с. 127–128]. В качестве отличительного признака (идентификатора) фрейму присваивается имя. Это имя должно быть единственным во всей фреймовой системе.

Фрейм имеет определенную внутреннюю структуру, состоящую из нескольких ячеек, называемых слотами, которым также присваиваются имена. За слотами следуют шпации, в которые помещают данные, представляющие текущие значения слотов. В значение слота содержится конкретная информация, относящаяся к объекту, описываемому этим фреймом.

При помощи фреймовой модели можно «сжимать», структурировать и систематизировать информацию в виде таблиц, матриц. Приведем пример фреймового описания учебного содержания фрагмента теории функций комплексного переменного.

Фрейм:	Линейная функция комплексного переменного
<u>Имя слота:</u>	<u>Значение слота</u>
Определение:	$w = az + b, \quad a, b \in C, \quad a \neq 0$
Область определения:	$D(z) = C$
Множество значений:	$E(z) = C$
Непрерывность функции:	Функция непрерывна
Дифференцируемость функции:	Функция дифференцируема, так как выполняются условия Коши-Римана.
Графическая интерпретация:	

Данная модель раскрывает содержание понятия и свойства линейной функции комплексного переменного. При работе с ней полезно студентам дать задание по составлению подобных фреймов для других функций, что позволит развить умение по созданию четких структурно-логических схем.

Анализ первичного опыта применения фреймовых моделей в теории функций комплексного переменного приводит к выводу, что их использование способствует развитию памяти, системного мышления, умений выполнять разнообразные интеллектуальные операции; повышает внимание, позволяет создавать структурно-логические схемы, что в свою очередь облегчает восприятие содержания учебной дисциплины. Особенность фреймовой технологии в ее метапредметности. Научившись на занятиях по математике структурировать информацию, студент сможет применять полученные навыки работы с учебным содержанием при изучении других дисциплин.

Список литературы

1. *Минский М.* Фреймы для представления знаний / пер. с англ. О.Н. Гринбаума ; под ред. Ф.М. Кулакова. – М.: Энергия, 1979. − 152 с.
2. *Смирнов Е.И.* Наглядное моделирование в обучении математике: теория и практика. − Ярославль: Индиго, 2007. − 454 с.

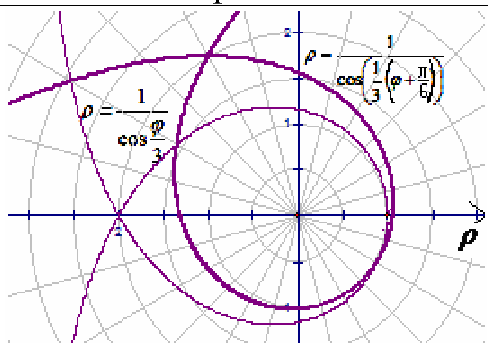
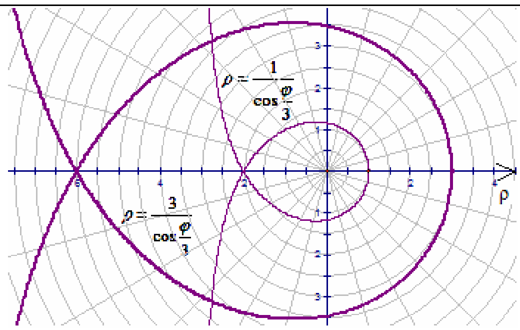
А.А. Пуриньш
Пермь, ПГГПУ, 4 курс
Научный руководитель: ст. преподаватель Л.Г. Недре

ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ТРИСЕКТРИСЫ МАКЛОРЕНА В ПОЛЯРНОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

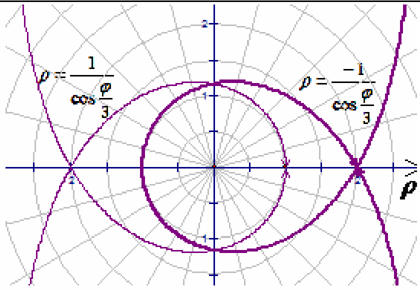
Кривые, заданные в полярной системе координат уравнениями $\rho = a\rho(k\varphi + b) + c$, $\rho = \rho(\varphi) + c$, $\rho = a\rho(\varphi)$, $\rho = \rho(k(\varphi + b))$, могут быть получены при помощи геометрических преобразований кривой $\rho = \rho(\varphi)$. Поворот, сжатие, растяжение, симметрия применимы и к построению кривых, заданных тригонометрическими функциями, например, полярной розы $\rho = \sin(k\varphi)$ [1, с. 41]. Подобные преобразования применимы к построению кривых, заданных уравнениями вида $\rho = \dfrac{a}{\sin k\varphi}$ или $\rho = \dfrac{a}{\cos k\varphi}$, где k – любое рациональное число, называемых «колосьями» ввиду сходства их с абрисом колоса ячменя [2, с. 168].

Ниже (табл. 1) представлены возможные преобразования трисектрисы Маклорена $\rho = \dfrac{1}{\cos\dfrac{\varphi}{3}}$ $(a = 1,\ k = \dfrac{1}{3})$.

Таблица 1

Функция	Преобразования	Кривая
$\rho = \dfrac{1}{\cos(k(\varphi + b))}$	Поворот кривой на $\lvert b\rvert$ радиан – по часовой стрелке, если $b > 0$, – против часовой стрелки, если $b < 0$.	 $b = \dfrac{\pi}{6}$
$\rho = \dfrac{a}{\cos(k\varphi)}$ *a > 0*	Гомотетия с центром в точке *O*. Расстояние от полюса до каждой точки кривой – увеличивается в *a* раз при $a > 1$, – уменьшается в $\dfrac{1}{a}$ раз при $0 < a < 1$.	 $a = 3$

Окончание табл. 1

Функция	Преобразования	Кривая
$\rho = -\dfrac{1}{\cos(k\varphi)}$	Симметричное отражение относительно полярного полюса.	

Список литературы

1. *Пуриньш А.А.* Преобразование кривых, заданных тригонометрическими функциями, в полярной системе координат // Математика и компьютерное моделирование в исследованиях студентов и школьников : матер. Всерос. молодежной науч.-практич. конф. (г. Киров, 14–15 мая 2013 г.). – Киров : Изд-во ВятГГУ, 2013. – С. 40–42.
2. *Савелов А.А.* Плоские кривые. Систематика, свойства, применения. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 1960.

В.С. Рылова

Пермь, ПГГПУ, 3 курс

Научный руководитель: канд. пед. наук, доц. Г.Г. Шеремет

ФЛЕКСАГОН

Мало кто знает, что в геометрии существуют фигуры, в основании которых лежит правильный многоугольник, и они могут изгибаться. Такие фигуры называют флексагонами. Целью проведенного исследования было изучение класса фигур, обладающих таким необычным свойством.

В работе рассмотрели различные определения флексагона.

Флексагоны – это многоугольники, сложенные из полосок бумаги прямоугольной или более сложной формы, которые обладают удивительным свойством: при перегибании флексагонов их наружные поверхности прячутся внутрь, а ранее скрытые поверхности неожиданно выходят наружу [1, с. 10].

Флексагон – это склеенный из бумаги многоугольник, который, изгибаясь и складываясь, может переходить во все новые и новые состояния [2, с. 10].

Таким образом, мы назвали флексагоном бумажную модель, имеющую форму плоского многоугольника, состоящую из нескольких слоев бумаги и обладающую возможностью непрерывно изгибаться.

За всю историю развития этого математического явления было открыто и изучено множество флексагонов, поэтому их нужно было систематизировать по определенным признакам на группы (классы) флексагонов.

Эта классификация флескагонов представлена в следующей схеме (рис.).

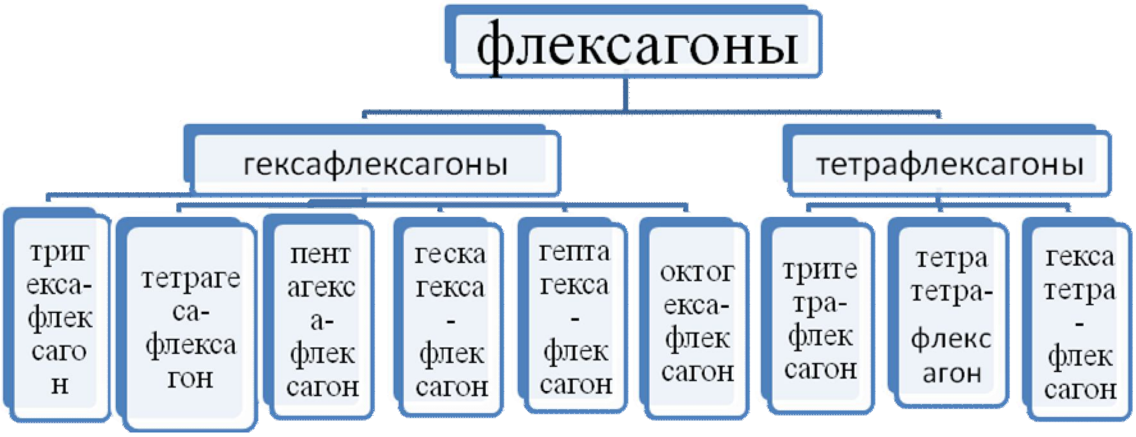


Рис. Классификация флескагонов

Проведенная классификация поставила вопросы о возможности моделирования, о существовании и эквивалентности флексагонов каждого вида. При моделировании флексагонов рассматривали два подхода: построение развертки флексагона с указанием способа сборки и применение оригами. Причем для последнего метода проделаны доказательства точности геометрических построений. Поэтому модели могут быть объектами исследования на уроке математики. Например, на них можно рассмотреть свойства равносторонних треугольников и свойства квадратов. А также эти фигуры могут помочь при проведении математических игр.

Список литературы

1. *Гарднер М.* Математические головоломки и развлечения / пер. с англ. Ю.А. Данилова. – М.: Мир, 1971. – 511 с.
2. *Панов А.А.* Флексагоны. Флексоры. Флексманы // Квант : научно-популярный физико-математический журнал. – 1988. – №7. – С. 10–13.

Д.С. Шардаков
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, доц. *Л.П. Латышева*

О ПРИМЕНЕНИИ ПРОИЗВОДНОЙ В ПРИКЛАДНЫХ ЗАДАЧАХ НАЧАЛ АНАЛИЗА

Производная относится к числу математических понятий, которые носят межпредметный характер и широко применяются в решении прикладных задач в физике, химии, биологии и других дисциплинах. Этому применению начинает уделяться внимание уже в период обучения началам математического анализа в средней школе. Необходимость привлечения при этом комплекса знаний из смежных наук привносит определенные трудности в процесс освоения учебного материала школьниками. Поэтому представляется важным научить учащихся при решении соответствующих задач придерживаться определенных общих положений. Рассмотрим этот вопрос подробнее на простом примере.

Известно: «Физический (механический) смысл производной заключается в том, что если $s = s(t)$ – закон прямолинейного движения тела, то производная выражает мгновенную скорость в момент времени *t*: $v(t) = s'(t)$. На практике во многих отраслях науки используется следующее обобщение: если некоторый процесс протекает по закону $s = s(t)$, то производная $s'(t)$ выражает скорость протекания процесса в момент времени *t*» [1].

Так, решение задачи «Величина одной стороны прямоугольника постоянна: $a = 10$ см. А другая *b* изменяется, возрастая с постоянной скоростью 4 см/сек. С какой скоростью растут диагональ прямоугольника и его площадь в тот момент, когда $b = 30$ см?» полезно оформить и прокомментировать следующим образом.

Известно, по условию, что $b'(t) = 4$ см/сек. при любом значении *t*, в том числе тогда, когда $b(t) = 30$. Величину диагонали представим как функцию $d(t) = \sqrt{a^2 + (b(t))^2}$. Тогда скорость роста диагонали выразится производной этой функции:

$$d'(t) = \frac{1}{2\sqrt{a^2 + (b(t))^2}} \cdot 2 \cdot b(t) \cdot b'(t) = b(t) \cdot \frac{b'(t)}{\sqrt{a^2 + (b(t))^2}}.$$

Подставив в это выражение численные значения величин, получим искомую скорость роста диагонали: $d' = \frac{30 \cdot 4}{\sqrt{100 + 900}} = \frac{120}{10\sqrt{10}} = \frac{12}{\sqrt{10}}$ (см/сек.).

Аналогично – для площади: $S = a \cdot b(t)$; $S' = a \cdot b'(t) = 10 \cdot 4 = 40$ (см^2/сек.).

Применение производной в задачах с физическим содержанием способствует формированию общего представления об ее прикладном значении как скорости изменения функции, описывающей динамический процесс.

Список литературы

1. *Мордкович А.Г.* Алгебра и начала математического анализа: учебник. Ч. 1 (10–11кл.). – М.: Мнемозина, 2009. – 160с.

Раздел 2. Методические аспекты математического образования школьников

А.А. Ковшевникова
Пермь, ПГГПУ, 2 курс магистратуры
Научный руководитель: канд. пед. наук, доц. В.И. Данилова

МЕТАПРЕДМЕТНЫЕ ЭЛЕКТИВНЫЕ КУРСЫ ЕСТЕСТВЕННОНАУЧНОГО ЦИКЛА

В последние десятилетия в России произошли существенные социальные и экономические перемены. В этих условиях требуются новые подходы к подготовке всесторонне думающего человека, способного творчески подходить к решению ежедневных проблем, обладающего установкой на рациональное использование своего времени и проектирование своего будущее.

Установленные федеральным законом правительства Российской Федерации от 29 декабря 2012 г. № 273–ФЗ новые требования влекут за собой изменения в образовании, наибольшее внимание обращается на принципы метапредметности и профильное образование на старшей ступени школы [4].

Один из способов достижения единого образовательного пространства, способствующего достижению поставленных целей перед нынешним поколением, – это использование метапредметных элективных курсов (метакурсы) в обучении.

Элективные курсы связаны, прежде всего, с удовлетворением индивидуальных образовательных интересов, потребностей и склонностей каждого школьника. Именно они по существу и являются важнейшим средством построения индивидуальных образовательных программ [3].

Метакурс естественнонаучного цикла имеет широкий спектр функций:

- повышает уровни усвоения учебных предметов (математика, физика, химия, география, биология) и владения базовыми навыками исследовательской деятельности, проведения экспериментов;
- служит освоению смежных учебных предметов на междисциплинарной основе;
- формирует умения и способы деятельности для решения практически значимых задач;
- обеспечивает непрерывность профориентационной работы;
- помогает учащимся осознать возможности и способы реализации выбранного жизненного пути;
- удовлетворяет познавательные интересы школьников;
- влияет на достижение учениками образовательных результатов для успешного продвижения на рынке труда;
- создает благоприятные условия для продуктивного сотрудничества со сверстниками и руководителями.

Основная цель разрабатываемого метакурса – использование математики как средства интеграции школьных дисциплин естественнонаучного профиля, основная задача – ориентирование в мире профессий на стыке различных предметов в рамках данного профиля [1].

Возникает вопрос о необходимости данного курса. Нами было проведено анкетирование среди учащихся 9–10-х классов МАОУ «СОШ № 115» г. Перми. Общее число опрошенных – 87 человек. Учащимся были предложены различные практические задачи разного уровня. Например: «Проиллюстрируйте метод моделирования на таком примере. Представьте себе, что марсиане проводят исследования, связанные с изготовлением и засылкой на землю летающих тарелок. Вначале тарелка находится в процессе изготовления. Но вот тарелка построена, и ее перевозят на склад. На этом этапе ее можно характеризовать другим набором чисел. Наконец, тарелка запущена и находится в полете. Далее тарелка входит в атмосферу Земли» [2]. В результате анализа анкет сделаны следующие выводы:

1. Более 70 % учеников связывают свое дальнейшее обучение с естественнонаучным циклом.
2. С метапредметными задачами справляются от 14 до 23 % опрошенных (в зависимости от сложности задания).
3. Ученики с большим интересом изучают предметы выбранного профиля, если присутствуют межпредметные исследования. Например, «Гитара в руках физика» – физика, математика, биология; «Влияние тепловых машин на жизнь человека» – физика, математика, химия, биология.
4. Ученики признают, что данный метапредметный элективный курс служил бы пониманию ими своих возможностей, формированию умений и знаний для решения практически значимых задач.

Таким образом, можно утверждать, что метапредметные элективные курсы являются неотъемлемой составляющей профильного обучения в старшем звене общеобразовательной школы. В результате анализа предлагаемых курсов естественнонаучного цикла можно сделать вывод о том, что имеется острая необходимость в разработке новых элективов, включающих в себя полное программно-методическое обеспечение и дидактическое сопровождение.

Список литературы

1. *Басова Н.В.* Педагогика и практическая психология: учеб. пособие. – Ростов-н/Д : Феникс, 2000. – 416 с.
2. *Ильченко В.Р.* Перекрестки физики, химии и биологии: кн. для учащихся. – М.: Просвещение, 1986. – 174 с.
3. *Лях Ю.А.* Модель организации профильного обучения старшеклассников в структуре общеобразовательной школы // Профильная школа. – 2011. – №3. – С. 4–14.
4. *Федеральный закон Российской Федерации от 29 декабря 2012 г. № 273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»* [Электронный ресурс]. – Режим доступа : http://an-gimnaz.ru/wp-content/uploads/2012/08/Федеральный-закон-Российской-Федерации-от-29-декабря-2012-г.-N-273-ФЗ-Об-образовании-в-Российской-Федерации.doc (дата обращения: 02.09.2013).

И.Л. Тарасова
Пермь, ПГГПУ, 4 курс
Научный руководитель:
доц. каф. теории и методики обучения математике И.С. Цай

ОСНОВЫ ПРОФИЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ МАТЕМАТИКЕ В ШКОЛЕ

Исходя из Концепции профильного обучения на старшей ступени общего образования, *профильное обучение* − это средство дифференциации и индивидуализации обучения, позволяющее за счет изменений в структуре, содержании и организации образовательного процесса более полно учитывать интересы, склонности и способности учащихся, создавать условия для обучения старшеклассников в соответствии с их профессиональными интересами и намерениями в отношении продолжения образования [2, с. 9].

Профильное обучение направлено на реализацию личностно-ориентированного учебного процесса.

Одна из целей перехода к профильному обучению – создание условий для существенной дифференциации содержания обучения старшеклассников с широкими и гибкими возможностями построения школьниками индивидуальных образовательных программ. Именно для ее достижения в старшей школе и вводятся элективные курсы.

Элективные курсы играют важную роль в системе профильного обучения на старшей ступени школы. В отличие от факультативных курсов, существующих ныне в школе, элективные курсы обязательны для старшеклассников [1, с. 71].

Элективные курсы в отличие от базовых общеобразовательных и профильных курсов связаны с удовлетворением образовательных интересов, потребностей и склонностей каждого школьника. Именно они являются важнейшим средством построения индивидуальных образовательных программ, так как прежде всего связаны с выбором каждым школьником содержания образования в зависимости от его интересов, способностей, последующих жизненных планов. Элективные курсы «компенсируют» во многом ограниченные возможности базовых и профильных курсов в удовлетворении разнообразных образовательных потребностей старшеклассников.

Элективные курсы по математике позволяют поддержать изучение математики как профильного предмета на заданном профильном уровне.

Список литературы

1. *Власова И.Н., Пестерева В.Л.* Основы обучения математике в профильной школе. – Пермь, 2011. – 103 с.
2. *Элективные* курсы в профильном обучении / Министерство образования РФ — Национальный фонд подготовки кадров ; под общ. ред. А.Г. Каспржака. — М.: Вита-Пресс, 2004. — 144 с. – (Серия «Элективные курсы в профильном обучении»).

Е.С. Пастухова
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: ст. преп. кафедры высшей математики Л.Г. Недре

ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАФИЧЕСКИЙ МЕТОД РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ И НЕРАВЕНСТВ

В течение всех лет обучения в школе учащиеся решают различные виды уравнений и неравенств: линейные, квадратичные, логарифмические, дробно-рациональные и др. В школьном курсе математики все чаще встречаются уравнения и неравенства, относящиеся к нестандартным задачам, для решения которых нет готового образца, общих правил, определяющих точную последовательность действий. Решение таких задач развивает у учащихся творческое и логическое мышление, формирует способность нестандартно мыслить, умение применять различные методы и способы решения. Особый интерес представляет функционально-графический метод, который применяется в тех случаях, когда в обеих частях уравнения или неравенства находятся функции разного вида. Для уравнений и неравенств, содержащих как алгебраические, так и неалгебраические функции, функционально-графический метод основывается на нахождении области определения, использовании ограниченности функции, монотонности. Приведем примеры уравнений, при решении которых используется этот метод.

1) Нахождение области определения.

$$\log_{\frac{1}{3}}(\log_3(x-5)) - \sqrt{9x-8-x^2} + \sqrt{x-8} = 2.$$

Областью определения данного уравнения является число $x=8$. Подставив это значение в исходное уравнение, получим неверное равенство. Следовательно, уравнение не имеет действительных корней.

2) Использование ограниченности функции: $\cos 2\pi x = x^2 - 8x + 17$.

Оценим: $-1 \le \cos 2\pi x \le 1$; $x^2 - 8x + 17 = (x-4)^2 + 1 \ge 1$. При $x=4$ левая и правая части уравнения равны единице. Следовательно, $x=4$ – корень данного уравнения.

3) Использование монотонности: $2^{3x-4} = \log_{\frac{1}{3}}\dfrac{x}{2} + 4$.

В правой части уравнения функция монотонно убывающая, слева – монотонно возрастающая. При $x=2$ левая и правая части уравнения равны, значит, $x=2$ – единственный его корень.

Использование эскизов графиков функций позволило наглядно представить решение уравнения в зависимости от изменения введенных нами параметров. Например, уравнение $\sqrt{x-c} = \log_b(a-x)$ имеет разное количество корней в зависимости от значений параметров *a, b,c*.

Список литературы

1. *Олехник С.Н., Потапов М.К., Пасиченко П.И.* Уравнения и неравенства. Нестандартные методы решения: справочник.– М.: Факториал, 1997. – С. 219.

Раздел 3. Из истории математики

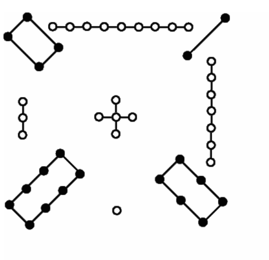
А. А. Давыдова
Пермь, ПГГПУ, 2 курс магистратуры
Научный руководитель: д-р физ.-мат. наук, проф. А.Е. Малых

СВЕДЕНИЯ О РАЗВИТИИ ОДНОЙ ИЗ КЛАССИЧЕСКИХ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ

Материал относится к истории одной из десяти классических комбинаторных задач – магических квадратов.

Магический квадрат порядка *n* – это квадратная таблица размера $n \times n$ из натуральных чисел, в которой суммы чисел, стоящих в каждой строке, каждом столбце и вдоль любой из главных диагоналей равны одному и тому же числу.

Магический квадрат (м.к.) – древнекитайского происхождения. Согласно легенде, во времена правления императора Ю (ок. 2000 г. до н.э.) из вод реки Ло притока Хуанхэ всплыла священная черепаха, на панцире которой были начертаны таинственные иероглифы (рис. 1,*а*), и эти знаки впоследствии стали известны под названием «ло-шу», ассоциированные м.к. (рис. 1,*б*). Первое специальное упоминание о диаграмме ло-шу найдено около I в. до н. э. в «Записях ритуалов, собранных старшим Даем». Вплоть до X в. такие квадраты были воплощены в амулетах, заклинаниях и оберегах и до сих пор они используются у некоторых восточных народов в качестве талисмана. Религиозные и философские приемы, используемые для интерпретации внутреннего строения м.к., были основаны на дуалистической метафизической теории «Инь-Ян», распространенной во времена династии Шан.



4	9	2
3	5	7
8	1	6

а Рис.1 *б*

В XI в. о м.к. узнали в Индии, а затем в Японии, где в XVI в. м.к. была посвящена обширная литература. Европейцев с такими квадратами познакомил в XV в. византийский путешественник и грамматист Мануэль Мосхопулос. Первым м.к. в Западной Европе считается квадрат, изображенный Альбертом Дюрером на его знаменитой гравюре *Меланхолия*. Дата создания гравюры (1514) указана числами, стоящими в двух центральных клетках нижней строки.

В середине века м.к. приписывали различные мистические свойства. С глубокой древности и до наших дней сохранилось сведение о том, что люди разного темперамента находятся под влиянием различных планет. Каждой из 7 планет астрологи приписывали магический квадрат определённого порядка: Сатурну – 3, Юпитеру – 4, Марсу – 5, Солнцу – 6, Венере –7 , Меркурию – 8, Луне – 9. Уже в 1533 г. немецкий гуманист Генрих Корнелий Агриппа из Неттенхейма в своём сочинении «О сокровенной философии» построил каждый из перечисленных выше квадратов. Агриппа назвал их «планетарными таблицами», не дав никакого способа их построения, однако советовал гравировать такие квадраты на пластинках или дисках, выплавленных из различных драгоценных металлов, и носить на себе как амулеты. Они получили значительное распространение, на одной стороне амулета был изображён бог, именем которого названа планета, а на оборотной – м.к., соответствующий этой планете, заключённый в n-угольную пентаграмму.

Иногда к м.к. предъявлялись дополнительные условия, например, чтобы свойство магичности выполнялось и на всех «параллелях» к данным диагоналям. Такие квадраты имеют еще другие названия: совершенные, полные, дьявольские, кабалистические, *панмагические.* Французы, как любители всего прекрасного, называли их изящными.

По своей структуре м.к. делятся на *составные* и *рамочные*. К первым относятся такие м.к., что если в них отбросить окаймляющие полосы шириной в одну или несколько клеток, то оставшийся квадрат не утратит своего магического свойства. Составным квадратом называется м.к., состоящий, как следует из названия, из подквадратов, каждый из которых магический [1].

Методы построения м.к. делятся на три типа в зависимости от того, каков их порядок: нечетный, нечетно-четный и четно-четный.

Интерес к м.к. не ослабевал на протяжении всего развития математики. Не утратил он своей актуальности и в XIX–XX вв., а в середине прошлого столетия в связи с запуском первого спутника Земли и ракет он приобрел особую значимость.

О пользе занятий магическими квадратами очень хорошо сказал французский учёный А. Обри: «Составление магических квадратов представляет собой превосходную умственную гимнастику, развивающую способность понимать идеи размещения, сочетания, симметрии, классификации, обобщения и т. д.» [2].

Список литературы

1. *Малых А. Е.* Магические квадраты : пособие для факультативных занятий в 8 классе. – Пермь : Институт повышения квалификации учителей, 1992.
2. *Чебраков Ю.В.* Магические квадраты. Теория чисел, алгебра, комбинаторный анализ. – СПб.: СПб. гос. техн. ун-т, 1995.

Е.М. Маленьких
Пермь, ПГГПУ, 4 курс
Научный руководитель: д-р физ.-мат. наук, проф. А.Е. Малых

РАЗВИТИЕ АРИФМЕТИКИ В СРЕДНЕВЕКОВОЙ ИНДИИ

В Индии математика зародилась более пяти тысяч лет назад. Самыми ранними памятниками математической культуры индийцев являлись религиозные книги: сутры и веды. Их происхождение относят к VIII–VII вв. до н. э. Написаны они на давно уже умершем языке – санскрите.

Арифметика с давних времен в жизни индийцев играла важную роль. Настоящий гимн ей воспел Магавира в IX в.: «Вычисление полезно во всех трудах, связанных со светскими, ведическими или иными религиозными делами. Наука вычисления высоко почитается в науке любви, в науке о богатстве, в музыке и драме, в кулинарном искусстве, в медицине, в архитектуре, в просодии, поэтике и поэзии, в логике и грамматике и в других вещах...» [2, с. 108].

Величайшим научным и общекультурным достижением народов Индии явилась позиционная десятичная нумерация, аналогичная (шестидесятеричной) системе счисления в Древнем Вавилоне, а также Китае и других странах. Процесс создания этой системы занимал довольно продолжительный промежуток времени [2, с. 118]. До возникновения позиционной системы в Индии появлялись и исчезали различные системы счета и написание цифр.

Индийцы очень любили большие числа и свободно ими оперировали. Это пристрастие нашло свое отражение в легендах. Создатель индийской религии Будда отличался феноменальным умением считать. Он строил числовые десятичные системы до 10^{34}, давая наименования каждому разряду. По другому преданию женихи прекрасной богини Земли, добиваясь ее руки, соревновались в письме, арифметике, борьбе и стрельбе из лука. Победитель состязания Сарватасидда придумал шкалу чисел, идущих в геометрической прогрессии со знаменателем 100, до $10^{7 + 9 \cdot 46}$, т. е. до числа с 421 нулем. На протяжении всей истории индийской математики были широко распространены состязания, на которых оперировали большими числами [1, с. 91].

В индийских курсах арифметики рассматривались восемь действий над целыми числами и дробями: сложение, вычитание, умножение, деление, возведение в квадрат, извлечение квадратного корня, возведение в куб и извлечение кубического корня. Каждое из этих действий сопровождалось специальным правилом. Для выполнения умножения многозначных чисел индийцы получили более двух десятков таких правил. Так, умножая трехзначные числа, они руководствовались правилом большого креста (рис. 1).

$$234 \cdot 125 = 292502$$

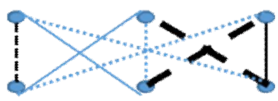


Рис. 1

Индийские математики ввели понятия положительного и отрицательного чисел, а также нуля, обозначающего отсутствие единиц разряда.

Таким образом, арифметика у индийцев действительно являлась царицей всех их наук.

Список литературы

1. *Рыбников* К.А. История математики. – М.: Изд-во МГУ, 1960. – 201 с.
2. *Юшкевич* А.П. История математики в Средние века. – М.: Физматлит, 1961. – 449 с.

Н.В. Чиж
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: д-р физ.-мат. наук, проф. А.Е. Малых

У ИСТОКОВ РЕШЕНИЯ ОПТИМИЗАЦИОННЫХ ЗАДАЧ

С понятием нахождения оптимального решения приходится сталкиваться ежедневно, поэтому разумно обратиться за помощью к математике. Истоки задач на экстремум появились около двадцати пяти веков назад. Существовали разные подходы к их решению. Более общие методы появились в процессе формирования математического анализа. Важную роль задачи оптимизации сыграли в изучении таких наук, как геометрия, естествознание, механика, физика и техника. Впоследствии возникали все более сложные задачи, относящиеся к вариационному исчислению. Проблемы решения задач уже имевшимися методами привели к созданию теории оптимального управления. База для нее была разработана Л.С. Понтрягиным. Все эти перемены дали мощный толчок в развитии оптимизационных задач. Возникали все новые теории, которые позволяли решать задачи, исходя из единых позиций.

Уже многие известные ученые древности занимались экстремальными задачами. Так, Евклид (III в.) в своих «Началах» описал решение одной из задач на максимум: в треугольник нужно вписать параллелограмм наибольшей площади. В сочинении Архимеда (III в.) «О шаре и цилиндре» поставлена задача: найти шаровой сегмент, вмещающий максимальный объем всех сегментов, имеющих заданную площадь сферической поверхности. Там же он решил задачу рассечения плоскостью шара на два сегмента так, чтобы объемы их находились в заданном отношении $m:n$.

Первые экстремальные задачи возникли в далекие времена. Одна из них повествует о том, что финикийская царевна Дидона (X в. до н.э.) захотела приобрести участок земли на южном побережье Средиземного моря в Африке. Местный правитель Ярб согласился продать ей ровно столько, сколько можно «*окружить бычьей шкурой*». Сделка состоялась, и тогда Дидона изрезала шкуру быка на мелкие тесемки, связала их все и получила веревку. Она рассмотрела два варианта решения данной задачи. В первом случае окруженная территория принимает форму полукруга; во втором – прямоугольника, ограниченного с трех сторон. В результате получилось, что максимальную площадь территории имеет полукруг. На ней Дидона основала крепость, а вблизи от нее построила город Карфаген, став его первой царицей.

В дальнейшем элементарные задачи оптимизации будут рассматриваться с использованием понятия производной.

Список литературы

1. *Тихомиров И.М.* Рассказы о максимумах и минимумах. – М.: МЦНМО, 2006. – 200 с.

Раздел 4. Об использовании системы MATHEMATICA в вузе

Л.Р. Карамова
Пермь, ПГГПУ, 3 курс
Научный руководитель: канд. пед. наук, ст. преп. А.Ю. Скорнякова

О ВОЗМОЖНОСТЯХ СИСТЕМЫ MATHEMATICA ПРИ ИЗУЧЕНИИ ТЕМЫ «МАТРИЦЫ»

Теория матриц имеет широкое применение в различных науках, в частности, её методы используются при преобразовании координат местоположения географических объектов, для записи некоторых положений классической и квантовой механики [2] и др. Несмотря на то, что тема «Матрицы» входит в программу базового курса алгебры педагогического вуза, её изучение зачастую вызывает у студентов трудности, обычно связанные с громоздкими вычислениями. При решении этой проблемы целесообразно использовать возможности систем компьютерной математики, одной из которых является программа Mathematica, включающая множество встроенных математических возможностей и алгоритмов [4], среди них: численные вычисления промышленного уровня; мощный символьный язык; средства получения, накопления, обработки, анализа и визуализации данных и др.

Для различных видов матриц (квадратной, нулевой, диагональной, единичной, кососимметрической, эрмитовой, матрицы Якоби и др.) [1; 3] система Mathematica предусматривает следующие возможности: выполнение арифметических действий над матрицами, вычисление определителя квадратной матрицы, проверку, является ли матрица перестановочной, вырожденной; решение матричных уравнений и др. Все перечисленные команды компьютерной системы целесообразно рассматривать и использовать после изучения и апробирования вручную соответствующих действий с целью контроля корректности их выполнения путем сравнения с результатами, полученными в программе Mathematica.

Таким образом, использование Mathematica при изучении матриц позволяет сократить время выполнения рутинных операций, отследить последовательность производимых пользователем действий, проверить ответы в домашних заданиях и тем самым закрепить навыки и умения, полученные студентами на аудиторных занятиях. Кроме того, использование возможностей системы Mathematica в учебном процессе позволяет формировать у студентов компетенции, связанные с применением компьютера как средства управления информацией.

Список литературы

1. *Беллман Р.* Введение в теорию матриц. – М.: Наука, 1969. – 367 с.
2. *Бокштейн Б.С.* Атомы блуждают по кристаллу. – М.: Наука, 1984. – 208 с.
3. *Гантмахер Ф.Р.* Теория матриц. – М.: Физматлит, 2004. – 560 с.
4. Сайт о программе Mathematica. – URL.: http://www.wolfram.com/mathematica/new-in-9/

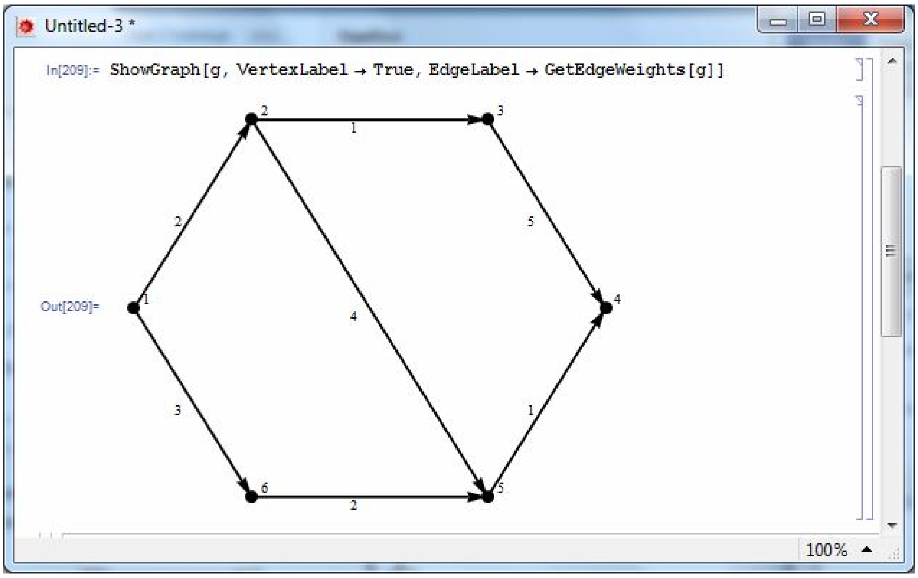
А.А. Олехов
Пермь, ПГГПУ, 2 курс
Научный руководитель: ст. преп. *Г.В. Пастухова*

ПОСТРОЕНИЕ КРАТЧАЙШЕГО ПУТИ В ГРАФЕ В СИСТЕМЕ MATHEMATICA 9

Кратчайший путь – это путь минимального общего веса, соединяющий выбранные вершины. Если граф невзвешенный, то кратчайший путь между вершинами – путь, содержащий минимальное число ребер. Задача нахождения кратчайшего пути в невзвешенном графе может быть решена с помощью поиска в ширину. Но поиск в ширину не подходит для поиска кратчайшего пути во взвешенном графе, потому что кратчайший взвешенный путь между s и t необязательно содержит минимальное число ребер [1, с. 220].

Многим приложениям требуется знать длины кратчайших путей между всеми парами вершин заданного графа. Например, если нам нужно найти диаметр графа – кратчайший путь между всеми парами вершин наибольшей длины. Длины кратчайших путей могут быть вычислены повторениями алгоритма Дейкстры или алгоритма Беллмана-Форда для каждой из n возможных начальных вершин.

Рассмотрим задачу на нахождение кратчайшего пути.



Этот граф может представлять, например, дороги и их длины в километрах между шестью городами. Для поиска кратчайшего пути реберно-взвешенных графов можно использовать алгоритм Дейкстры [1, с. 220].

В работе разработаны алгоритмы нахождения кратчайшего пути в некоторых видах графов с помощью системы Mathematica 9.

Список литературы

1. *Бурзалова Т.В.* Приемы решения задач по дискретной математики с использованием компьютерной системы «Mathematica»: уч.-метод. комплекс. – Улан-Удэ: Изд-во Бурятского госуниверситета, 2002. – 300 с.

Научное издание

Материалы научно-практической конференции студентов математического факультета ПГГПУ

(12 ноября 2013 г., г. Пермь)

Сборник тезисов докладов

Ответственный за выпуск:
Корзнякова Юлия Викторовна

Редактор *Е.Е. Покровская*
Компьютерный набор *Ю.В. Корзнякова*

Свидетельство о государственной аккредитации вуза
№ 1806 от 11.03.2009 г.
Изд. лиц. ИД № 03857 от 30.01.2001.
Подписано в печать 18.11.2013. Формат 60x90 $^1/_{16}$
Бумага ВХИ. Печать на ризографе. Набор компьютерный
Усл. печ. л. 1,5. Уч.-изд. л. 1,5.
Тираж 25 экз.

Редакционно-издательский отдел
Пермского государственного гуманитарно-педагогического университета
614990, г. Пермь, ул. Пушкина, 44, корп. 2, оф. 71
тел. (342) 238-63-12

Отпечатано на ризографе
в Пермском государственном гуманитарно-педагогическом университете
614990, г. Пермь, ул. Сибирская, 24