Правила оформления материалов:

Материалы конференции должны быть выполнены на листах формата А4 книжной ориентации. Не полностью заполненные страницы нежелательны. Текст набирается в редакторе WinWord. Шрифт «Times New Roman» размером 14 пт. Междустрочный интервал 1.

Рисунки выполняются в векторном формате (допускается растровое изображение с разрешением не менее 300 dpi).

Поля: верхнее − 2 см, нижнее − 2 см, левое − 2 см, правое − 2 см.

Отступ абзаца – 1,25 см.

Тезисы должны быть тщательно отредактированы.

Пример оформления!!!

УДК 517.968.23

О РЕШЕНИИ ВИДОИЗМЕНЕННОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ТИПА РИКЬЕ С РАЗРЫВНЫМИ КОЭФФИЦИЕНТАМИ ДЛЯ БИАНАЛИТИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ В СЛУЧАЕ ПОЛУПЛОСКОСТИ

Н.Г. Анищенкова, кандидат физико-математических наук, доцент, заведующая кафедрой математики и информатики

ФГБОЙ ВПО «Смоленский государственный университет», Смоленск (Россия), nadezhdaadhzedan@gmail.com

1. Постановка задачи. Пусть $L=\{t:\operatorname{Im} z=0\}$, $D^+=\{z:\operatorname{Im} z>0\}$ и $D^-=\overline{C}\setminus(D^+\cup L)$. В дальнейшем будем пользоваться терминами и обозначениями, принятыми в [1].

Рассмотрим следующую краевую задачу. *Требуется найти все бианалитические функции* $F^+(z)$, *принадлежащие классу* $A_2(D^+)\cap I^{(2)}(L)$ *(см. [2]), исчезающие на бесконечности, ограниченные вблизи узлов и удовлетворяющие во всех обыкновенных точках контура L краевому условию*

$$\Delta F^+(t)+G(t)\overline{F^+(t)}=g(t), \tag{1}$$

где $G(t)$, $g(t)$ *– заданные функции класса* H_0, $\Delta=\dfrac{\partial^2}{\partial x^2}+\dfrac{\partial^2}{\partial y^2}$ *– оператор Лапласа, причем* $G(t)\neq 0$.

Заметим, что при $G(t)\equiv 0$ задача (1) представляет собой *неклассическую задачу типа Рикье* (см. [1], с. 16) в классе бианалитических функций. Поэтому при $G(t)\neq 0$, $t\in L$, сформулированную задачу будем называть *видоизмененной задачей Рикье для бианалитических функций с разрывными коэффициентами*, или короче – задачей R в случае полуплоскости. При этом, если $g(t)\equiv 0$, то задачу (1) назовем однородной и будем обозначать R^0.

В случае, когда контуром-носителем граничных условий является единичная окружность, задача (1) была рассмотрена в работе автора [3].

2. О решении задачи R в случае полуплоскости. Известно (см., например, [1], [4]), что всякую бианалитическую в области D^{+} функцию $F^{+}(z)$, исчезающую на бесконечности, можно представить в виде:

$$F^{+}(z)=\varphi_0^{+}(z)+\bar{z}\varphi_1^{+}(z), \tag{2}$$

где $\varphi_0^{+}(z)$, $\varphi_1^{+}(z)$ – аналитические в области D^{+} функции, называемые аналитическими компонентами бианалитической функции $F^{+}(z)$, для которых выполняются условия:

$$\Pi\{\varphi_k^{+},\infty\}\geq 1+k\,,\ k=0,1 \tag{2}$$

Будем искать решение задачи (1) в виде:

$$F^{+}(z)=f_0^{+}(z)+(\bar{z}-z)f_1^{+}(z). \tag{3}$$

Тогда функции $f_0^{+}(z)$ и $f_1^{+}(z)$ будут связаны с аналитическими компонентами искомой бианалитической функции по формулам:

$$\varphi_0^{+}(z)=f_0^{+}(z)-f_1^{+}(z), \tag{4}$$

$$\varphi_1^{+}(z)=f_1^{+}(z). \tag{5}$$

Так как (см., например, [4]) $\Delta=4\dfrac{\partial^2}{\partial z\partial\bar{z}}$ и с учетом того, что для всех точек t контура L выполняется условие $\bar{t}=t$, равенство (1) примет вид:

$$4\frac{df_1^{+}(t)}{dt}+G(t)\overline{f_0^{+}(t)}=g(t). \tag{6}$$

Введем новые функции $\Phi^{+}(z)$ и $\Phi^{-}(z)$ по формулам:

$$\Phi^{+}(t)=\frac{df_1^{+}(z)}{dz}, \tag{7}$$

$$\Phi^{-}(z)=\overline{f_0^{+}}(z)=\overline{f_0^{+}(\bar{z})}. \tag{8}$$

С учетом формул (7)-(8) равенство (6) примет вид:

$$\Phi^{+}(t)=-\frac{1}{4}G(t)\Phi^{-}(t)+\frac{1}{4}g(t). \tag{9}$$

Заметим, что равенство (9) представляет собой краевое условие обычной скалярной задачи Римана с разрывными коэффициентами относительно кусочно аналитической функции $\Phi(z)=\{\Phi^{+}(z),\Phi^{-}(z)\}$ в случае полуплоскости.

Таким образом, решение задачи R в случае полуплоскости сводится к решению краевой задачи Римана в классе кусочно аналитических функций с линией скачков L. Так как решения задачи R должны быть ограничены в окрестности узлов и исчезать на бесконечности, то сначала требуется определить классы, в которых следует решать задачу (9).

Из равенств (7)-(9) видно, что функции $\Phi^+(z), \Phi^-(z)$ должны иметь на бесконечности ноль третьего порядка.

Оценим функцию $F^+(z)$ вблизи узлов. Пусть c – любой из узлов, тогда справедливо равенство $\overline{c} = c$. Имеем следующие оценки:

$$\left|F^+(z)\right| \le \left|f_0^+(z)\right| + 2\left|z-c\right|\left|f_1^+(z)\right|, \tag{10}$$

$$\left|F^+(z)\right| \ge \left|f_0^+(z)\right| - 2\left|z-c\right|\left|f_1^+(z)\right|. \tag{11}$$

Из (10)-(11) следует, что для того чтобы искомая бианалитическая функция $F^+(z)$ была ограничена вблизи узлов, необходимо и достаточно, чтобы функции $\Phi^+(z), \Phi^-(z)$ были ограничены вблизи узлов контура L.

Таким образом, получен следующий основной результат.

Теорема 1. *Пусть* $L = \{t : \operatorname{Im} t = 0\}$, $D^+ = \{z : \operatorname{Im} z > 0\}$ и $D^- = \overline{C} \setminus (D^+ \cup L)$. *Тогда решение задачи* R *сводится к решению скалярной задачи Римана (9) с разрывными коэффициентами в классах кусочно аналитических функций в случае полуплоскости, имеющих на бесконечности ноль третьего порядка и ограниченных в узлах контура.*

Из проведенных выше рассуждений следует следующее утверждение.

Следствие 1. *Задача* R *в случае полуплоскости разрешима в замкнутой форме (в квадратурах).*

Поскольку решение задачи R в случае полуплоскости сводится к решению краевой задачи Римана (9), то картина разрешимости задачи R будет складываться из картины разрешимости вспомогательной задачи (9).

Справедлива следующая теорема.

Теорема 2. *Пусть* $L = \{t : \operatorname{Im} t = 0\}$, $D^+ = \{z : \operatorname{Im} z > 0\}$ и $D^- = \overline{C} \setminus (D^+ \cup L)$. *Тогда число* p *условий разрешимости задачи* R *в случае полуплоскости и число* l *линейно независимых решений соответствующей однородной задачи* R^0 *конечны, то есть задача* R *в случае полуплоскости является нетеровой.*

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Расулов К.М. Краевые задачи для полианалитических функций и некоторые их приложения. Смоленск: СГПУ, 1998. 344 с.

2. Болотин И.Б. Кусочно непрерывные краевые задачи типа Римана в классах бианалитических функций: дис. … канд. физ.-мат. наук: 01.01.01: защищена 21.06.04. Смоленск, 2004. 106 с.

3. Анищенкова Н.Г. О решении видоизмененной краевой задачи типа Рикье с разрывными коэффициентами для бианалитических функций в круге // Системы компьютерной математики и их приложения: Материалы XIII международной научной конференции, посвященной 75-летию профессора Э.И. Зверовича. Смоленск: Изд-во СмолГУ, 2012. Вып. 13. С. 141-142.

4. Гахов Ф.Д. Краевые задачи. М.: Наука, 1977. 640 с.

ON THE SOLUTION OF THE MODIFIED BOUNDARY VALUE PROBLEM OF RIQUIER WITH DISCONTINUOUS COEFFICIENTS FOR BIANALYTICAL FUNCTIONS IN THE HALF-PLANE

N.G. Anischenkova, candidate of physical and mathematical sciences, Head of the Department of Mathematics and Computer Science
Smolensk State University, Smolensk (Russia), nadezhdaadhzedan@gmail.com