

ТЕМА 5. ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ

Этапы изучения темы «Величины и их измерение» в начальном математическом образовании

Данная тема изучается в течение всех лет обучения в начальной школе, материал раздела «вплетен» в основное содержание курса математики, введение единиц измерения величин сопряжено с изучением нумерации целых неотрицательных чисел, поскольку соотношение между ними (за исключением единиц времени) выражено в десятичной системе счисления ($1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см}$). Кроме того, в курсе начальной математики Л.Г. Петерсон данный факт связан с реализацией идеи *параллелизма* в изучении чисел и действий над ними, при котором суть понятия *натуральное число* раскрывается с теоретико-множественной точки зрения, в аксиоматической интерпретации и теории измерения величин.

Обучение измерению каждой величины в начальном курсе математики происходит поэтапно.

I этап. Уточнение представлений младших школьников о величине. Введение термина.

Цель данного этапа – сформировать у учащихся представление о том, что все окружающие нас объекты обладают свойствами или признаками, их можно сравнивать: *ручка короче указки, арбуз тяжелее яблока, прямоугольник ABCD больше круга, перемена длится меньше, чем урок и т.п.* Сравнение различных предметов по протяженности, уточнение смысла слов «ближе», «короче», «уже», «выше» позволяет ввести термин *длина*; сравнение различных по форме и назначению предметов (чаще – плоских геометрических фигур разной формы) является основой для введения термина *площадь*. Здесь важно осознать практическую значимость изучаемого понятия, связать его с различными объектами, перевести житейские понятия на язык математики.

На данном этапе уместно использовать учебно-проблемные ситуации двух видов:

1. Учащимся предлагаются для анализа и сравнения объекты, одинаковые по всем внешним признакам (цвету, размеру, назначению). Требуется найти отличие. Например, две одинаковые внешне коробки могут отличаться массой.

2. Учащимся предлагаются для анализа и сравнения объекты, различные по внешним признакам (например, кружка и коробка). Требуется указать общее свойство. Таковым может быть объем (вместимость), высота, масса.

Опыт общения учащихся с заданиями указанных видов позволит им самостоятельно выйти на нужное свойство и зафиксировать его вербально – масса, длина, объем. Основу деятельности учащихся на данном этапе составляют практические действия, самостоятельно выполняемые в различных, как правило, игровых ситуациях.

II этап. Непосредственное сравнение величин.

Цель данного этапа – сформировать у учащихся представление о том, что величины можно сравнивать, устанавливая отношение порядка (как правило, нестрогое, ибо величины могут быть и равны) на множестве однородных величин.

Логика учебных ситуаций определяется способом непосредственного сравнения величин, который подлежит усвоению – сначала визуальный (здесь различия должны быть очевидны), затем приложением (длины), наложением (площади), с помощью мускульных усилий (массы), ощущений (время, температура). В завершении данного этапа учащимся предлагается проблемная задача – задание, иллюстрирующее невозможность применения известных способов сравнения величин. Например, сравнить по длине объекты, которые удалены друг от друга (отрезки, расположенные на разных частях классной доски). Разрешение указанных противоречий заключается в выборе мерки – посредника.

III этап. Опосредованное сравнение величин.

Цель данного этапа – сформировать у учащихся представление о том, что:

1. мерка должна быть однородной с измеряемой величиной, удобной;
2. численное значение величины зависит от выбранной единицы измерения (мерки): чем больше мерка, тем число (мера) меньше и наоборот;
3. сравнивать можно только величины, измеренные одной единицей измерения.

Здесь учащиеся выполняют упражнения на выбор подходящей мерки (для измерения длин – веревочки, полоски бумаги, кусочки проволоки, палочки разного размера). Осуществляя измерение величин различными мерками, учащиеся устанавливают зависимость между величиной и единицей величины, осознают необходимость введения единой (общепринятой) единицы. Целесообразно ознакомить учащихся со старинными единицами измерения величин – сажень, фут, фунт, ярд, локоть, шаг. Методически верно подобранная система заданий наглядно иллюстрирует учащимся, что все используемые ранее единицы (до введения стандартных) были связаны, как правило, с частями тела человека, а, значит, носили субъективный характер.

IV этап. Введение стандартных единиц измерения величин.

Цель данного этапа – познакомить учащихся с общепринятыми единицами величин. Происходит это методом демонстрации: учитель предлагает вниманию учащихся различные предметы (объекты) – носители единичной величины; учащиеся должны осознать, что независимо от материала, из которого изготовлен данный образец (бумага, проволока, пластилин, нитка), все объекты обладают общим свойством – длиной, например.

1 класс	Длина (см, дм). Масса (кг). Объем (л).
2 класс	Площадь фигуры (кв.см, кв.дм, кв.м). Объем фигуры (куб.см, куб.дм, куб.м). Длина (м)
3 класс	Длина (мм, км). Время (сек, мин, ч, сутки, год, век...). Масса (т, ц).
4 класс	Площадь (ар, га). Градусная мера угла (градус).

V этап. Формирование измерительных умений.

Цель данного этапа – сформировать у учащихся способность к измерению длин отрезков, площадей фигур, масс тел, вместимости сосудов с помощью стандартных единиц величин. Решение учебной задачи направлено на осознание

учащимися неэкономичности во времени использования образца – эталона для измерения величин и, как следствие, введение измерительного инструмента (линейки, палетки, транспортира).

IV этап. Выполнение арифметических действий с именованными числами.

Цель данного этапа – развитие вычислительных умений и навыков, формирование представлений о свойствах величин, формирование у учащихся способности к преобразованию, сравнению, сложению, вычитанию, умножению и делению величин, выраженных в единицах сначала одного, затем разных наименований. Здесь важно, чтобы учащиеся осознали, что для выполнения действий с именованными числами, их нужно выразить в единицах одного наименования. Так же нужно обратить внимание учащихся на связь между действиями с отвлеченными числами и именованными (за исключением именованных чисел, выраженных в единицах времени).

Проиллюстрируем методику изучения геометрических величин на примере величины «Вместимость. Объем»

Объем – это свойство материальных тел, расположенных в трехмерном пространстве, которое заключается в способности занимать часть пространства.

В изучении данной темы выделяется две основных ступени. Сначала учащихся формируется представление об объеме тела как *вместимости*, единицах измерения объема; способность к измерению вместимости с помощью различных единиц, решению задач на сравнение, сложение и вычитание объемов тел. Затем уточняется представление об объеме как величине, его свойствах и выводится формула для вычисления объема прямоугольного параллелепипеда.

С объемом как свойством различных предметов учащиеся знакомятся после изучения длины и массы, поэтому изучению величины «объем» должно предшествовать повторение основных сведений о величинах и их измерении. Изучение объема происходит по тому же плану, что и изучение других величин. К этому уроку нужно подготовить различные емкости (сосуды) для измерения объема – банки, стаканчики, кружки, чашки. Для эффективного усвоения детьми данного понятия необходимо организовать практическую работу каждого ученика.

Основой для введения новой величины является способность младших школьников к сравнению предметов и классификации групп предметов по различным признакам – цвету, форме, массе, размеру, что позволяет им выделить предметы, например, одинаковые по форме, но разные по размеру. Объектами для сравнения могут быть любые предметы – коробки, матрешки, сосуды. Важно, чтобы различия в размерах были очевидны и они обладали свойством *вместимости*, то есть были полые внутри. Учитель обращает внимание на то, что в случае, когда один предмет полностью помещается в другом, говорят, что его *вместимость* или *объем* больше. Данное высказывание обязательно сопровождается демонстрацией.

На этапе непосредственного сравнения объемов предлагаются задания на выявление большего по объему сосуда, коробки, причем различия в объемах должны быть очевидны (рис. 30).

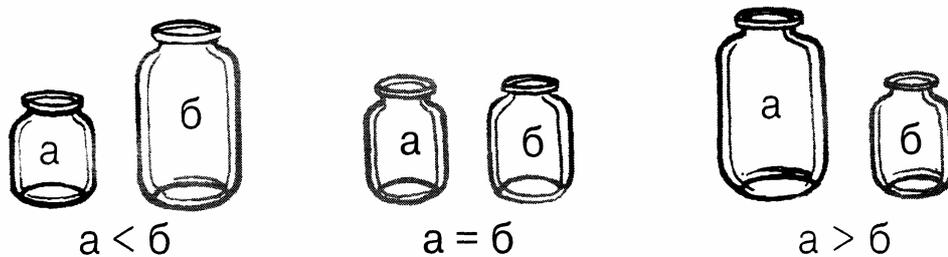


Рис.30

Здесь школьники сравнивают предметы визуально, устанавливая отношение «больше», «меньше», «равно» между их объемами, записывают результаты сравнения с помощью соответствующих знаков: объем ложки, очевидно, меньше объема чашки ($л < ч$), объем кружки равен объему миски ($к = м$), объем бочки больше объема ведра ($б > в$).

При постановке проблемы учащимся для сравнения предлагаются объекты, объемы которых незначительно отличаются друг от друга, поэтому визуальное их сравнение невозможно. Как правило, здесь используются два сосуда – широкий, но низкий (сосуд А) и узкий, но высокий (сосуд Б). Предыдущий учебный опыт, связанный с изучением длины и массы, подскажет учащимся способ решения проблемы – объемы нужно измерить. Для определения большего по объему (вместимости) сосуда достаточно наполнить до краев сосуд А водой, а затем перелить воду в сосуд Б. Возможны варианты:

- а) вся вода в сосуд Б не уместилась: $A > B$;
- б) заполнилась только часть сосуда Б: $A < B$;
- в) сосуд Б заполнился до краев: $A = B$.

Для закрепления данного способа опосредованного сравнения полезно выполнить подобное задание, но не с сосудами, а коробками. Очевидна проблема – вода в качестве посредника использоваться не может. Учащиеся предлагают использовать другие вещества, как правило, сыпучие – песок, соль, крупа, бусинки.

К этому уроку нужно попросить детей принести свои сосуды – банки, чашки, кружки, стаканы, пиалы, миски. С этими емкостями можно провести самостоятельную работу: сравнить по парам, чей сосуд по объему больше, а чей – меньше, сделать в тетради соответствующие рисунки и записи. Полезно также вновь обратить внимание учащихся (в неявном виде) на симметричность и транзитивность отношения «равно» и антисимметричность и транзитивность отношений «больше-меньше» для объемов (рис 31).



Рис. 31

Если $a > б$, $б > с$, то $a > с$

После того, как учащиеся научились определять больший по объему предмет визуально и с помощью посредника (воды, крупы), записывать результаты сравнения объемов тел с помощью знаков « $>$ », « $<$ » и « $=$ ». Это позволяет сделать вывод о том, что новое свойство – объем – является величиной.

Для постановки проблемы сравнения объемов с помощью мерки можно предложить учащимся придумать ситуации, когда известные способы сравнения

использовать затруднительно. Например, большие по объему или удаленные сосуды перелить друг в друга невозможно.

Задание 28. Незнайка, находящийся на Луне, не может сравнить свою чашку А с чашкой Ц, оставшейся в цветочном городе. ()

Как быть в подобных случаях? Учащиеся, основываясь на имеющемся у них опыте сравнения величин, догадываются, что нужно измерить объем сосудов и сравнить полученные числа – результаты измерения.

Потребность в измерении у учащихся возникает и в ситуациях, когда нужно не просто определить больший (меньший) предмет, а установить, на сколько один сосуд больше (меньше) другого.

В качестве объектов для измерения выбираются сосуды, визуально не отличающиеся по объему. Учитель заранее готовит разные мерки-емкости. В зависимости от объема измеряемого сосуда, учащиеся должны выбрать подходящую мерку – очевидно, что измерять объем ведра с помощью чайной ложки неудобно, это займет слишком много времени. Учитель специально запутывает детей, побуждая их к выбору адекватного ситуации посредника. Не следует подсказывать учащимся, что для сравнения объемов сосудов их нужно измерить одной меркой – они могут выбрать и разные емкости. В этом случае важно выполнить измерение неоднократно и получить противоречивые выводы о количественной характеристике объемов сосудов и их отношений. Учащиеся подметят причину противоречивых выводов: сосуды измерены разными мерками, причем изменение мерки изменяет и меру сосуда: чем больше единица измерения объема, тем меньше ее значение. Поэтому сравнивать объемы можно лишь тогда, когда они измерены одинаковыми мерками. Полученные результаты можно зафиксировать с помощью опорного сигнала (рис. 32).

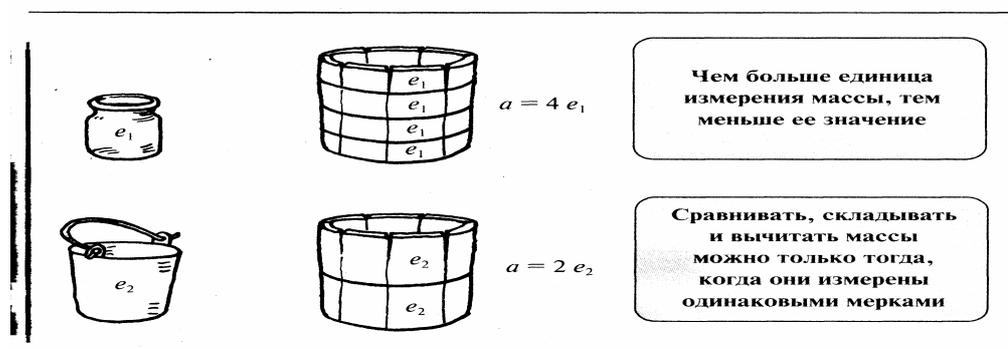


Рис. 32

В целях экономии учебного времени процедуру измерения объемов разными мерками можно заменить решением следующих задач.

Задание 29. В ведро входит 8 банок, а в чайник – 9 таких же банок. Чей объем больше – ведра или чайника?

Задание 30. В один бочонок вошло 5 ведер воды, а в другой – 9 половников. Какой бочонок имеет больший объем?

Задание 31. Маша измерила объем банки в кружках и записала равенство $b = 5к$. Затем объем этой же банки Маша измерила в чашках: $b = 8ч$. У Машиного бочонка изменился объем? Нет ли ошибки в ее рассуждениях? Почему в результате измерения объема бочонка получились разные числа?

Обобщая выполненные действия по измерению объемов сосудов, учащиеся формулируют правило: чтобы измерить объем предмета, надо выбрать мерку

(единицу измерения) и узнать, сколько мерок содержится в этом предмете. Данный вывод можно зафиксировать с помощью опорного сигнала (рис. 33).

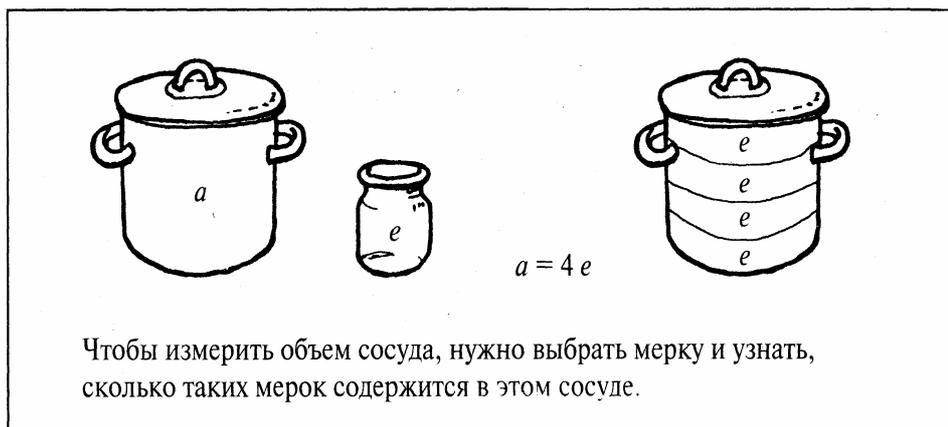


Рис. 33

Для закрепления умения измерять объем различными мерками можно предложить следующие задания.

Задание 32. *Измерь объем стакана сначала при помощи чайной ложки, затем - столовой. В каком случае число получилось больше? Почему?*

Задание 33. *При измерении объема бочонка различными мерками Маша получила числа 5 и 3. Известно, что в качестве мерок Маша использовала ведро и банку. Какое число соответствует каждой марке?*

Задание 34. *Алеша съел за завтраком 3 чайные ложки малинового варенья и 2 чайные ложки клубничного варенья. Сколько он съел варенья? Какая здесь единица измерения?*

Следующий этап в изучении объема связан с введением общепринятой единицы измерения объемов жидких и сыпучих тел. Учитель сообщает учащимся, что в древние времена для измерения объема использовали различные мерки – бочку, ведро, кадь, половник. В разных местностях эти мерки значительно отличались друг от друга. Мини-беседу уместно снабдить иллюстрациями с изображением этих мерок, причем размеры одной и той же единицы объема должны быть различны – известно, что московская кадь была примерно в полтора раза больше киевской.

Далее учитель обращает внимание учащихся на различные по форме емкости (среди которых есть литровая банка) и сообщает, что объем всех этих сосудов одинаковый – 1 л.

В качестве опорного сигнала можно использовать иллюстрацию (рис. 34).

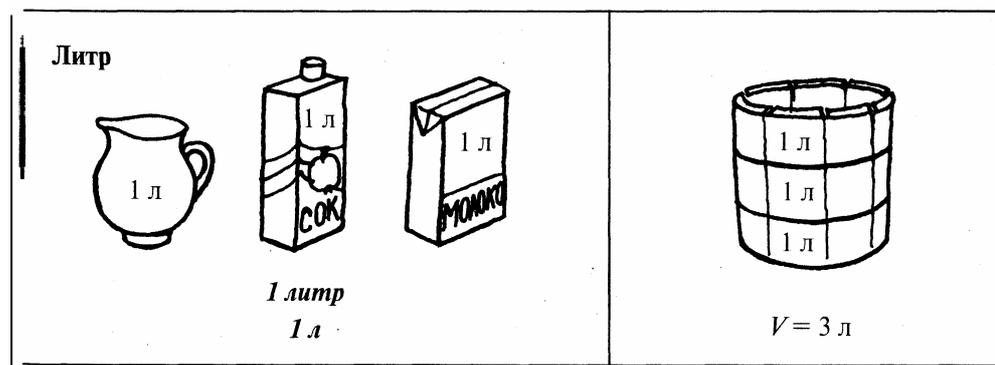


Рис. 34

После введения стандартной единицы учащиеся упражняются в измерении объема с помощью 1 л, решают текстовые задачи разных видов – на нахождение

суммы, остатка, увеличения и уменьшения числа на несколько единиц, тренируются в выполнении арифметических действий с именованными числами. Следует напомнить учащимся, что перед решением примеров необходимо проверять, одинаковыми ли мерками выражены компоненты действия. В заданиях на сравнение типа 5 см * 3 кг учащиеся уже должны видеть «ловушку». В завершении данного этапа вербально фиксируются выводы:

- объем является величиной – он характеризует вместимость сосудов (больше или меньше жидкости или сыпучих веществ в них войдет);
- чтобы измерить объем сосуда, нужно выбрать мерку и узнать, сколько таких мерок содержится в этом сосуде;
- с увеличением мерки численное значение объема уменьшается и наоборот;
- сравнивать, складывать и вычитать объемы можно только тогда, когда они измерены одной и той же меркой;
- для измерения объема используют единую мерку (эталон) – литр.

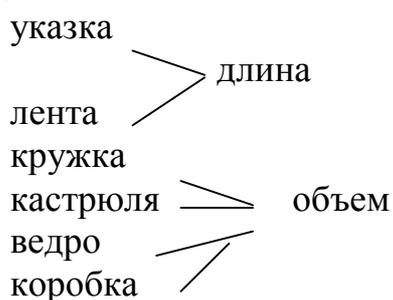
Распространенной ошибкой детей является смешение понятий *объем* и *литр*. Поэтому еще раз следует обратить их внимание на то, что объем это свойство, характеризующее вместимость сосуда, а литр – это мерка, эталон, с помощью которого измеряют объем.

Учитывая то, что объем – это не первая величина, с которой знакомятся первоклассники, полезно после ее изучения систематизировать знания учащихся о сути величин и общем принципе их измерения. Данные понятия не усваиваются быстро, требуют длительной отработки. Поэтому в устные упражнения на последующих уроках следует системно включать следующие вопросы и задания.

- Какие величины вы знаете? (Длина, масса, объем.)
- Почему длина является величиной? (Длины можно сравнивать, измерять и т.п.)
- Что значит измерить массу предмета? (Выбрать мерку и узнать, сколько таких мерок уравновесят данный предмет.)
- Является ли величиной литр? Почему? (Литр – это мерка, с его помощью измеряют вместимость (объем) сосудов, а величина – это свойство предметов.)
- Являются ли величинами такие свойства предметов, как цвет, запах, назначение, форма? (Нет, их нельзя измерить.)
- Зная, что масса слоненка равна массе двух тигрят, а масса жирафа – массе двух бегемотиков, можем ли мы утверждать, что массы слоненка и жирафа равны? (Нет, так как масса слоненка и жирафа измерены различными мерками.)

Полезны так же упражнения:

- На соотнесение предмета и свойства, которым данный предмет обладает:!!!!!!!!!!!!!!



- На установление соответствия между величиной и меркой, величиной и инструментом для ее измерения, величиной и свойством, которое она обозначает.

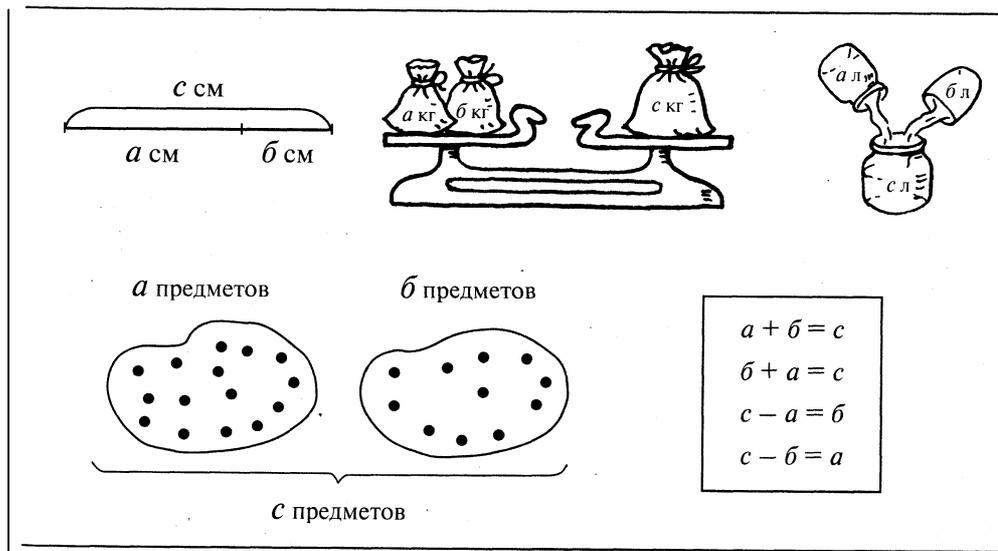
Задание 35. *Выбери из слов, записанных в скобках, подходящее по смыслу 2 слова:*

Длина (линейка, сантиметр, килограмм, кастрюля).

Масса (точка, килограмм, весы, сумма).

Объем (ведро, литр, веревка, огород).

Учитывая, что изучение величин связано с формированием у младших школьников представлений о сути числа, его двойственной природе (результат счета предметов в группе и результат измерения величин), следует обратить внимание учащихся на аналогию свойств отношений «больше», «меньше», «равно» для величин и для чисел, соотношений между частью и целым, установленных ранее для групп предметов. Опорные сигналы могут выглядеть следующим образом (рис. 35).



Если $a = b$, то $b = a$

Если $a > b$, то $b < a$

Если $a = b$, а $b = c$, то $a = c$

Если $a > b$, а $b > c$, то $a > c$

Рис. 35

Обобщенный опорный сигнал (рис. 36) позволяет учащимся без труда определить, какое свойство является величиной, а какое – нет.

Задание 36. *Что из перечисленного является величинами: длина, треугольник, температура, масса, литр, аппетит, конфета, время, запах, цвет, объем, ширина.*

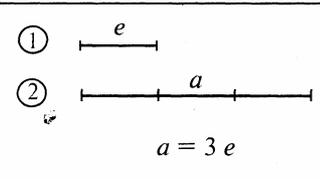
Выполняя это задание, учащиеся обосновывают свой выбор, пользуясь определением величины – свойство, которое можно измерить. В этом задании

учащиеся сталкиваются с новыми величинами – время, температура. Вместе с тем конфета не является величиной – это вообще не свойство, а предмет, а величинами является масса конфеты и ее длина.

1) **Величина** — это количественная характеристика некоторого свойства предметов.
 Величину можно измерить и результат измерения выразить именованным числом. Значения одной величины можно сравнивать с помощью знаков $>$, $<$, $=$.

2) Чтобы измерить величину, нужно выбрать мерку и узнать, сколько раз она содержится в измеряемой величине.

Алгоритм измерения величин:

<p>① Выбрать мерку.</p> <p>② Узнать, сколько раз она содержится в измеряемой величине.</p>	
--	--

3) С увеличением мерки значение величины уменьшается, и наоборот. Поэтому сравнивать, складывать и вычитать величины можно только тогда, когда они измерены одной и той же меркой.

4) Для измерения величин выбирают общие для всех мерки-эталоны:

Величины	Мерки-эталоны	Сокращения
<i>Длина</i>	1 сантиметр	1 см
<i>Масса</i>	1 килограмм	1 кг
<i>Объем</i>	1 литр	1 л

Рис. 36

4.2 объем

Следующий шаг в освоении объема и способов его измерения, младшие школьники делают в 3 классе. Здесь изучение данной величины сопряжено с формированием и развитием представлений учащихся об объемных геометрических фигурах, их свойствах и основных характеристиках. Поэтому сначала следует уточнить знания детей о геометрических фигурах, их видах, развести понятия плоских и объемных фигур, вспомнить названия объемных фигур, выделить их признаки и составные элементы. Особое внимание нужно уделить прямоугольному параллелепипеду – уточнить количество углов, сторон (ребер), граней, вершин. Здесь обязательно использовать модели геометрических тел (не ограничиваясь работой с их изображением), повторить единицы измерения длины (см, дм, м) и соотношения между ними.

В первом классе у учащихся сформировалось представление об объеме как вместимости сосудов. На данном этапе необходимо расширить ученическое представление об объеме путем выделения нового свойства предметов – занимать место в пространстве. С этой целью можно предложить учебно-проблемные ситуации, связанные с попыткой разместить на месте предмета небольшого размера (например, книжки на полке, игрушки в шкафу) предмет большего размера. В результате анализа подобных ситуаций учащиеся скажут, что задание выполнить не удалось потому, что предмет объемнее, *занимает больше места*. Учитель сообщает, что свойство предметов *занимать место в пространстве* называется *объемом*. Уточняются известные знания об объеме и общих способах

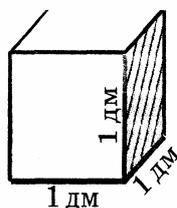
его измерения: непосредственное (визуально, вложением) и опосредованное (с помощью жидкости, сыпучих веществ, стандартных мерок).

Полезно обсудить с учащимися, какие предметы и геометрические фигуры имеют объем, а какие нет. Они сделают вывод о том, что у всех плоских предметов и геометрических фигур объем отсутствует. Это уточнение необходимо для понимания сути величины. Объектами для сравнения объемов уже являются не сосуды, а коробки различных предметов – модели прямоугольного параллелепипеда. Сначала учащимся предлагается сравнить по объему коробки, различия в размерах которых очевидны (например, обувная коробка и упаковка для духов), затем – коробки, различия в объемах которых уже не так очевидны (низкая, но широкая и высокая, но узкая). Попытки сравнить объемы коробок визуально и вложением одной коробки в другую не приводят к результату. Формулируется цель дальнейшей деятельности – научиться измерять объем другим способом. Заметим, что коробки должны быть значительными по размеру, чтобы у учащихся не возникло желание заполнить коробки сыпучими веществами (солью, песком и т.п.). Кроме этого, смысл термина *измерить* учащиеся связывают именно с измерением, то есть количественным определением величины, ее численного значения. Поэтому учащимся предлагают выбрать мерку, заполнить коробки предметами-мерками и сравнить их количество в каждой коробке. Очевидно, что побуждать учащихся к выбору различных мерок не следует, поскольку весь предшествующий опыт по измерению длины, массы, вместимости, площади создал условия для понимания взаимосвязи между меркой и числом, полученным в результате измерения. Однако с учащимися можно обсудить, какой предмет можно использовать в качестве мерки для измерения объема коробки (прямоугольного параллелепипеда) – спичечный коробок, кубик ластик круглой плоской формы, кусочек проволоки, крупную бусину? Очевидно, что дети выберут адекватные измеряемому объекту мерки – кубик, спичечный коробок, обосновывая свой выбор схожестью объектов с измеряемым по форме. Далее учитель сообщает, что для измерения объемов принято использовать в качестве мерки куб с ребром, равным единице длины – 1 см, 1 дм, 1 м, показывает изображение этих кубов (рис. 37) в натуральную величину и знакомит с обозначением единиц объема – 1 см^3 , 1 дм^3 , 1 м^3 .

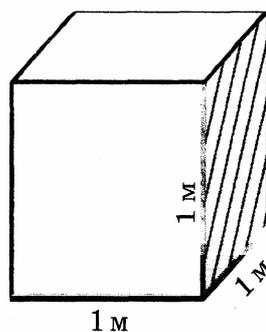
Кубический сантиметр: 1 см^3



Кубический дециметр: 1 дм^3



Кубический метр: 1 м^3



Кубический дециметр равен по объему 1 литру.

Уместно показать модели 1 см^3 и 1 дм^3 – они есть в «арифметическом ящике» или их можно изготовить на уроках труда.

Следующая учебная задача связана с заполнением измеряемого объема мерками – как сделать это быстро и правильно? Учитель специально заполняет коробку (лучше – прозрачную, сделанную из пластика) кубиками-мерками небрежно, «засыпая» кубики в коробку, а не выкладывая их в ряды. Дети заметят, что внутри коробки кубики лежат не плотно, остались незаполненные пространства, а, значит, объем определен не точно. Для более точного определения численного значения объема кубики нужно уложить в ряды, пока не будет покрыт первый слой (основание), затем второй и так далее, пока коробка не заполнится доверху (рис. 38).

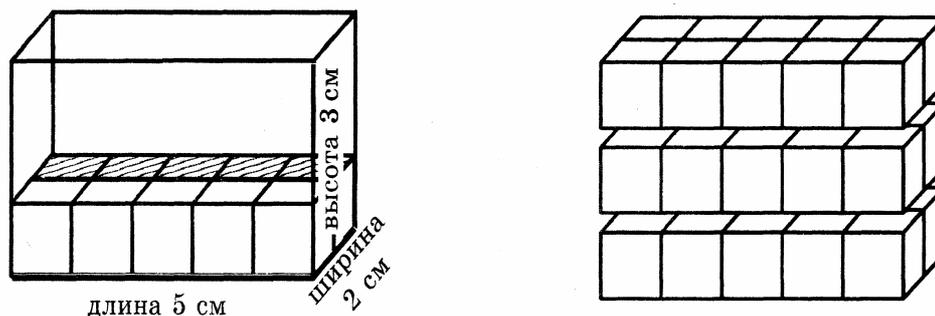
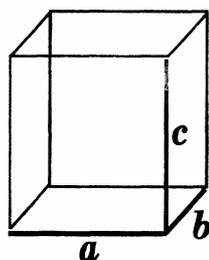


Рис. 38

После того, как коробка заполнена, нужно сосчитать количество единичных кубов. Если коробка небольшая, то сделать это можно простым пересчетом, однако ясно, что для прямоугольного параллелепипеда большого размера этот способ определения объема неприемлем, поскольку, во-первых, нет такого количества кубиков-мерок, во-вторых, способ пересчета неэкономичен во времени. Учитель обращает внимание учащихся, что им уже известен быстрый способ вычисления площади прямоугольника (с помощью формулы!), тем самым побуждая учащихся к выдвижению гипотезы о существовании формулы для вычисления объема прямоугольного параллелепипеда. Сначала на конкретном примере, затем в общем виде учащиеся убеждаются, что объем прямоугольного параллелепипеда равен произведению трех его измерений – длины, ширины и высоты, поскольку сначала кубики выкладываются на основании фигуры – их количество равно произведению длины на ширину (по формуле площади прямоугольника), затем определяется количество таких слоев – оно равно численному значению высоты фигуры. Опорный сигнал представлен на рисунке 39.



Чтобы найти объем параллелепипеда, надо площадь основания умножить на высоту.

$$V = \underbrace{(a \cdot b)}_{\text{площадь основания}} \cdot c$$

объем
высота

Рис. 39

После этого можно вернуться к проблемному заданию и вычислить объем коробок большого размера уже с помощью формулы, измерив только длину, ширину и высоту. Заметим, что данная формула в программе Л.Г. Петерсон

является основой для изучения сочетательного свойства умножения, его геометрической интерпретацией (рис. 40). $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$!!!!!!!!!!!!!!

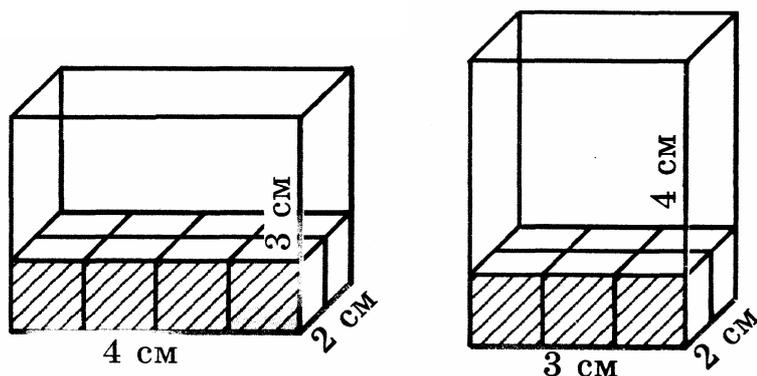


Рис. 40

Для закрепления изученной формулы учащимся предлагаются задания разной степени сложности и прикладной направленности.

Задание 37. Длина комнаты 5 м, ширина 4 м, а высота 3 м. Найди ее объем, площадь пола, потолка, стен.

Задание 38. Основание коробки является квадрат со стороной 8 дм, а высота равна 1 м. Найди объем коробки.

Задание 39. Заполните таблицу:

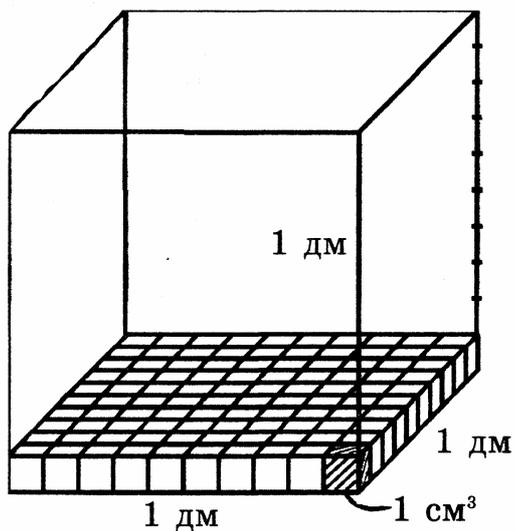
A	B	C	S основания	V	S поверхности
4	?	?	20	120	?

Задание 40. Из деревянного бруска, имеющего форму прямоугольного параллелепипеда, длина которого 24 см, ширина в 3 раза меньше длины, а высота 11 см, вырезали куб с ребром 6 см. Найдите объем оставшейся части.

Задание 41. Как изменится объем прямоугольного параллелепипеда, если его высоту увеличить: а) в 2 раза?; б) на 1 см?

Задание 42. Масса кирпича 3 кг. Какова масса игрушечного кирпичика, сделанного из того же материала, если все его измерения (длина, ширина и высота) меньше в 10 раз? (Эта задача иллюстрирует взаимосвязь объема и массы – объем игрушечного кирпичика меньше в 1000 раз, значит, его масса меньше во столько же раз, так как они сделаны из одного материала).

Отдельный урок следует посвятить установлению соотношений между именованными числами, выраженными в единицах объема (рис. 40). Для этого основание прозрачной коробки формы куба с ребром 1 дм заполнить кубиками с ребром 1 см – их количество равно 100 (10 x 10), затем по высоте поставить друг на друга еще 10 кубиков – количество таких слоев. Таким образом: $1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3$



$$1 \text{ дм}^3 = 1000 \text{ см}^3$$

$$1 \text{ м}^3 = 1000 \text{ дм}^3$$

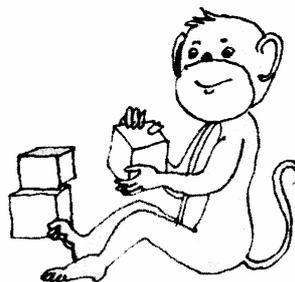


Рис. 40

Соотношение между кубическим метром, дециметром и сантиметром можно установить логическим путем, используя формулу объема прямоугольного параллелепипеда (куба), все измерения которого равны 1 м

$$V = (a \cdot b) \cdot c$$

$$V = (10 \cdot 10) \cdot 10 = 1\,000 \text{ дм}^3$$

$$V = (100 \cdot 100) \cdot 100 = 1\,000\,000 \text{ см}^3$$