

## ТЕМА 1. ЧИСЛА И ВЕЛИЧИНЫ

### **1.1. Понятие о натуральном числе. Нумерация.**

В большинстве действующих программ в начальной школе *первоначальной основой знакомства с натуральными числами является теоретико-множественный подход*, который позволяет максимально использовать дошкольный опыт учеников, сложившиеся у них представления о числе как результате пересчета предметов.

Таким образом, натуральное число возникает как инвариантная характеристика класса равномогущих конечных множеств, а основным инструментом познания отношений между ними становится установление взаимно однозначного соответствия между элементами множеств, имеющих соответствующие числовые характеристики. На этой основе формируются понятия об отношениях «больше», «меньше», «равно», «не равно» как между множествами, так и между соответствующими им числами.

Однако как только дети знакомятся с первыми величинами - длиной, массой, вместимостью, рассматривается и *другой подход к натуральному числу — отношение измеряемой длины к выбранной мерке, то есть здесь число рассматривается как результат измерения некоторой величины при выбранной единице измерения.*

В процессе изучения нумерации чисел первого десятка младшие школьники должны усвоить:

- последовательность первых десяти чисел и умение воспроизводить ее в прямом и обратном направлении, начиная с любого числа;
- два способа образования числа;
- название каждого числа и его обозначение;
- в каком отношении находится каждое число с числом, за ним следующим и числом, ему предшествующим;
- какое место занимает каждое число в натуральном ряду чисел от 1 до 10 (умения быстро назвать какое число следует за ним, за каким числом следует это число, какие числа встречаются при счете до данного числа, между какими числами оно находится).

Числа изучаются не все вместе, но и не изолированно друг от друга. Можно сказать, что они изучаются отрезками натурального ряда от 1 до вновь изучаемого числа. Число предстает перед учениками и как мощность множества (сколько?) и как член последовательности, в которой каждое число может быть получено из предыдущего прибавлением к нему единицы и вычитанием из последующего единицы. Изучается состав каждого числа из слагаемых.

Изучение каждого нового числа проводится примерно по одной и той же *схеме*:

- 1) способ образования нового числа;
- 2) его название;
- 3) обозначение (печатной цифрой);
- 4) сравнение чисел; причем при изучении каждого нового числа вновь полученное число сравнивается с изученным перед ним, и, как следствие, указывается его место в ряду чисел;

5) состав числа из слагаемых (показывается, что каждое число можно составить из двух меньших чисел);

б) написание цифры, обозначающей данное число.

В некоторых учебниках математики (например, «Гармония» - автор Н.Б. Истомина; «Моя математика» - авторы Т.Е. Демидова, С.А. Козлова, А.П. Тонких) младшие школьники знакомятся с графической моделью числа.

Начинать изучение каждого нового числа следует с повторения ранее изученного числа. Рассматривая образование числа, необходимо показать два способа его образования - путем прибавления 1 и вычитания 1. Опираясь на умение детей вести счет предметов, используя соответствующие практические ситуации, продемонстрировав их и описав математическим языком, подвести учащихся к выводу: прибавив 1 к числу, получаем следующее за ним число, а, вычитая 1 из числа, получаем число, стоящее перед ним (предшествующее).

При получении нового числа дается его название и показывается печатная цифра.

Сравнение чисел (от 1 до 5) выполняется с опорой на сравнение групп предметов, а в дальнейшем, опираясь только на счет (какое число при счете идет раньше, то меньше). Постоянно должна вестись работа, направленная на формирование у детей умения называть отрезки натурального ряда чисел от 1 до 10 в прямом и обратном направлении, начиная с любого числа.

Состав числа из слагаемых в пределах 5 усваивается в ходе выполнения упражнений на сложение и вычитание, результаты действий в которых находят вначале путем практических действий с множествами предметов, затем по представлению. Постепенно результаты действий дети запоминают.

При обучении школьников письму цифры необходимо соблюдать такую последовательность в работе:

- показать образец написания цифры на плакате или на доске (желательно в увеличенном виде);

- выяснить (совместно с детьми), из каких элементов состоит цифра;

- определить, в какой последовательности и в каком направлении эти элементы выполняются, желательно контур цифры обрисовать в воздухе

- перейти к выполнению записи цифры в тетради.

Последнее число, с которым знакомятся первоклассники в этой группе чисел, это число ноль. При знакомстве с ним детям нужно показать, что ноль это тоже число. Для этого надо подвести их к выводу, что число ноль образуется также как и другие числа, но только одним способом - вычитанием 1 из 1. Это число можно сравнить с другими числами, получаем, что  $0 < 1$ . Отсюда следует, что его место в ряду чисел перед 1. Таким образом, получаем такой ряд чисел: 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10.

Следует отметить, что результативность усвоения этой темы будет зависеть от того, как учитель организует деятельность детей на уроке. Организация деятельности детей должна быть такой, чтобы каждый ученик выполнял бы все практические действия с раздаточным материалом сам. Ведущие методы обучения на уроках по этой теме беседа и практические работы учащихся.

После изучения однозначных чисел приступают к изучению двузначных, затем трехзначных, затем шестизначных и т.д. чисел. Все эти числа отличаются от однозначных тем, что содержат несколько разрядов, поэтому их можно назвать многоразрядными.

Изучение *всех последующих концентроров предусматривает:*

- введение новой счетной единицы и применение ее для пересчитывания предметов;
- введение названий новых разрядов;
- рассмотрение образования числа из единиц разных разрядов, а также путем прибавления к предыдущему единицы и вычитания из последующего единицы;
- установление последовательности чисел и их сравнение;
- обучение чтению и записи чисел;
- формирование умения представлять число в виде суммы разрядных слагаемых;
- изучение случаев сложения и вычитания, основанных на знании нумерации.
- установление аналогий с единицами измерения величин.

Однако отличается последовательность рассмотрения этих вопросов и время, отводимое на их изучение в разных учебниках.

### Методика изучения нумерации двузначных чисел

Изучение нумерации двузначных чисел разбивается на два этапа: вначале изучаются числа от 11 до 20, а затем от 21 до 100.

Начинается изучение чисел второго десятка с формирования у детей представления о новой счетной единице - десятке. Детям, прежде всего, необходимо показать, как он образуется. С этой целью следует организовать практическую работу с палочками или другими предметами, в ходе которой каждый ребенок, отсчитав 10 палочек, связывает их в пучок, при этом выясняется, что это десять палочек, или десяток.

Наряду с этим целесообразно продемонстрировать и другие примеры:

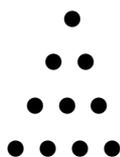
- десяток кубиков (деревянный брусок, составленный из 10 кубиков);
- десяток кругов, квадратов и др. (полоску из 10 кругов или 10 квадратов и др.).

Дается модель десятка:

а)

•	•	•	•	•
•	•	•	•	•

или б)



Здесь же выясняется, что десятками можно считать, и разбираются жизненные ситуации, где это возможно (яйца, пуговицы, таблетки и др.).

Затем следует перейти к рассмотрению вопроса об образовании новых для детей чисел, которые состоят из одного десятка и какого-то количества единиц. Этому, естественно, должен предшествовать показ необходимости введения новых

чисел, используя, например, прием «актуальность»: предложить детям пересчитать всех мальчиков (девочек) в классе или всех учеников одного ряда и др. В результате этого должна создаться ситуация, когда изученных чисел не хватает. При этом следует спросить у детей, кто сможет посчитать. После выполнения этого задания дети формулируют тему и цель урока.

Используя соответствующие средства обучения, школьники уясняют общий принцип образования чисел этой группы и их названий:

- каждое число содержит десяток и какое-то количество единиц;
- давая название числу, называем вначале количество единиц, слово "на" и слово "дцать" (три-на-дцать и др.).

Здесь же следует предлагать задания и на образование последующего числа путем прибавления к данному числу 1 и предыдущего числа путем вычитания 1, а также задания на усвоение детьми последовательности чисел в пределах 20, когда учащиеся должны назвать любой отрезок натурального ряда от 11 до 20 в прямом и обратном порядке.

Примеры заданий, выполнение которых будет способствовать формированию у детей выше названных знаний и умений:

*1. Мама купила десяток яиц и еще три. Сколько яиц купила мама? А если десяток и еще пять? Сколько?*

*2. Дети повесили на елку 12 шаров. Принесли еще один. Сколько стало шаров?*

*3. Катя живет в квартире № 13. Назовите номера пяти следующих квартир, и вы узнаете номер квартиры Лены.*

Здесь же начинается работа по формированию у детей понимания того, что значение каждой цифры в записи числа зависит от того, какое место она занимает в этой записи. С этой целью перед детьми необходимо постоянно ставить вопросы:

- сколько цифр использовали для обозначения числа?
- какие это цифры?
- что обозначает каждая из этих цифр? Почему?

При изучении двузначных чисел начинается работа по обучению детей представлять число в виде суммы разрядных слагаемых.

1) Здесь учащиеся впервые встречаются со случаями сложения и вычитания, основанными на знании разрядного состава числа ( $10 + 3 = 13$ ,  $13 - 3 = 10$ ,  $13 - 10 = 3$ ).

Проведя с детьми наблюдения над числами, ранее изученными и новыми, следует подвести детей к выводу о том, что для обозначения каждого из чисел от 0 до 9 использовали только одну цифру, один знак, поэтому их и называют однозначными. А для обозначения чисел от 10 до 20 используется по две цифры, по два знака, поэтому их называют двузначными.

Аналогично изучается нумерация чисел от 21 до 100 и нумерация трехзначных чисел.

### **Методика изучения нумерации трехзначных чисел**

Изучение нумерации чисел в каждом центре начинается с продолжения работы по введению новой счетной единицы и использования ее для пересчета объектов. При формировании представлений о каждой новой единице счета необходимо рассмотреть все возможные варианты, связанные с меньшими единицами счета, уделяя особое внимание основному - когда 10 предыдущих

единиц составляют одну новую единицу. Например, при образовании тысячи основным будет такой:  $900 + 100 = 1000$ , но кроме него тысячу можно получить, считая десятками:  $990 + 10 = 1000$  - и единицами:  $999 + 1 = 1000$ .

Продолжается работа по формированию у детей умения читать и записывать двузначные, а затем трехзначные числа.

При формировании у детей умений читать и записывать трехзначные числа, необходимо обратить особое внимание на числа, в записи которых имеются нули.

При этом необходимо уделить внимание и продолжать начатую ранее работу по усвоению детьми поместного значения цифры в записи числа и формированию у них умения различать число и цифру.

С этой целью следует предлагать детям задания такого вида:

1) Прочитайте числа: 348, 834, 489.

- Как можно назвать все эти числа?

- Почему?

- Какие цифры взяты для обозначения каждого из этих чисел?

2) Прочитайте числа: 666, 663, 66, 600, 33, 366, 36.

- Как называются такие числа?

- Почему?

- Какие цифры использованы для обозначения всех этих чисел?

- Сколько всего цифр и сколько различных цифр использованы для обозначения каждого из этих чисел?

- С помощью цифр 6, 3, 0 запишите все различные трехзначные числа, которых нет в этой записи и др.

Не новым для детей будет являться вопрос о представлении числа в виде суммы разрядных слагаемых, однако при выполнении соответствующих упражнений важно обратить внимание на наиболее трудные для детей случаи вида:

$$304 = 300 + 4$$

$$340 = 300 + 40$$

Трудность состоит в том, что вместо обычных трех слагаемых здесь их всего два.

Рассматриваются здесь и случаи сложения и вычитания, основанные на знании разрядного состава числа, вида:

$$400 + 50 + 6, 456 - 400, 456 - 50, 345 + 1, 600 - 1 \text{ и др.}$$

### **Методика изучения нумерации многозначных чисел**

Нумерация многозначных чисел - это последний завершающий этап изучения нумерации целых неотрицательных чисел. Задачи изучения этой темы сводятся к тому, чтобы, продолжить работу по формированию понятия о числе, расширить у учащихся представления о десятичной системе счисления и натуральной последовательности чисел, выработать у детей знание структуры многозначного числа в десятичной системе счисления и на этой основе выработать прочные навыки записи и чтения любого многозначного числа в пределах, предусмотренных программой.

Изучение нумерации многозначных чисел базируется на прочном знании нумерации трехзначных чисел и на умении детей выполнять сложение и вычитание трехзначных чисел. Поэтому изучение нумерации многозначных чисел следует начинать с повторения основных вопросов, связанных с нумерацией чисел

в пределах 1000. Сюда следует включать задания по чтению, записи и откладыванию на счетах трехзначных чисел, задания на определение числа единиц каждого разряда и представление числа в виде суммы разрядных слагаемых и др.

В изучении нумерации многозначных чисел можно выделить такие основные моменты:

- класс единиц и класс тысяч;
- класс миллионов;
- класс миллиардов, класс триллионов.

Изучение многозначных чисел в таких пределах даст возможность сформировать и закрепить представления детей о том, как образуются классы чисел, научить их читать, записывать и сравнивать любые многозначные числа.

При изучении чисел в пределах миллиона следует придерживаться такой последовательности:

- ввести новые счетные единицы (тысяча, десяток тысяч, сотня тысяч) и названия новых разрядов, соответствующих каждой новой счетной единице;
- ввести новые понятия класс единиц, класс тысяч;
- формировать умения читать и записывать числа, содержащие единицы второго класса;
- формировать умения читать и записывать числа, содержащие единицы 1 и 2 класса.

II класс – класс тысяч			I класс – класс единиц		
сотни	десятки	единицы	сотни	десятки	единицы
тысяч	тысяч	тысяч			

Таким образом, подводим детей к понятиям класс единиц и класс тысяч. В ходе разговора о том, что тысячи можно считать, как считали до этого единицы, десятки и сотни, следует сделать запись:

$$\begin{array}{ll} 10 \text{ единиц} = 1 \text{ десяток} & 10 \text{ единиц тысяч} = 1 \text{ десяток тысяч} \\ 10 \text{ десятков} = 1 \text{ сотня} & 10 \text{ десятков тысяч} = 1 \text{ сотня тысяч} \\ 10 \text{ сотен} = 1 \text{ тысяча} & 10 \text{ сотен тысяч} = 1 \text{ миллион} \end{array}$$

Выявить сходство и различия между двумя этими классами.

Сходство.

- 1) соотношение (10 единиц низшего разряда образуют 1 единицу высшего разряда, поэтому наша система счисления называется десятичной);
- 2) количество разрядов (по 3);
- 3) название разрядов (сходны: единицы, десятки, сотни).

Различия.

- 1) название классов;
- 2) разные счетные единицы.

Отрабатывается десятичный состав, чтение и запись таких чисел вначале в таблице, затем без нее. В результате проделанной работы подводим детей к выводу:

- 1) числа, содержащие единицы второго класса, образуются из тысяч также как числа 1 класса из единиц;

2) при чтении этих чисел добавляется слово "тысяча".

3) записываются числа цифрами на 4, 5, 6 местах соответственно, считая справа налево; после записи количества тысяч пропускается место (или ставится точка) и пишутся три нуля.

Дети усваивают нумерацию многозначных чисел с определенными трудностями. Наибольшую трудность вызывает запись чисел с нулями в середине. Следует уделить этому особое внимание (они должны четко уяснить, что в одном классе три разряда).

Следует обратить внимание на то, что кроме демонстрационной таблицы разрядов и классов необходимо наличие такой таблицы у каждого ученика. Ее лучше всего изготовить в виде перфокарты. Такую таблицу размером в тетрадную страницу может изготовить для себя каждый ученик.

Если этот материал будет детьми усвоен, то изучение класса миллионов, класса миллиардов и класса триллионов не вызовет у них особых трудностей. Используя в основном в качестве средства обучения таблицу разрядов и классов, школьники должны уяснить, что:

- каждый из названных классов содержит три разряда;
- каждый класс имеет свою единицу счета (миллион, миллиард, триллион);
- для чтения многозначного числа его надо разбить на классы, отделяя по три цифры, начиная справа;
- при чтении многозначного числа называется количество единиц каждого класса и его название (кроме класса единиц), начиная с высшего;
- при записи многозначного числа вначале записывается количество единиц высшего класса, делается небольшой промежуток (или ставится точка), затем записывается количество единиц следующего (нижшего) класса и т.д.

При изучении многозначных чисел продолжается работа по формированию умения сравнивать числа, представлять их в виде суммы разрядных слагаемых, а также выделять их классовый и десятичный состав.

Для обобщения знаний учащихся о нумерации многозначных числах можно использовать *Памятку рассказа о числе*. Приведем ее примерное содержание и образец работы с ней.

1. Прочитайте число 6506 (*шесть тысяч пятьсот шесть*).

2. Назовите количество единиц каждого разряда и каждого класса (*6 единиц 1-го разряда или 6 единиц, 5 единиц 3-го разряда или 5 сотен, 6 единиц 4-го разряда или 6 тысяч; 506 единиц I класса, 6 единиц II класса*).

3. Назовите общее число единиц каждого разряда (*6506 единиц, 650 десятков, 65 сотен, 6 тысяч*).

4. Представьте число в виде суммы разрядных слагаемых ( $6506 = 6000 + 500 + 6$ ).

5. Назовите предшествующее и последующее числа (*6505, 6507*).

6. Назовите наибольшее и наименьшее числа, имеющих столько же классов и разрядов, сколько данное число (*1000, 9999*).

7. Укажите, сколько цифр потребовалось для записи этого числа? Сколько из них различных? (*4 цифры, три из них различные*)

8. Запишите наибольшее и наименьшее числа, которые записываются всеми цифрами данного числа (*5066, 6650*).

## 2.2. Величины и их измерение.

Величина – одно из основных понятий курса математики начальных классов; его важной задачей является формирование у младших школьников представлений о величине как *свойстве* физических тел и явлений, которые проявляются при их сравнении и связаны с измерением, а значит могут быть количественно оценены. Например, геометрические фигуры можно сравнивать и при сравнении проявляется свойство *занимать место на плоскости*, которое обозначается термином *площадь*.

Различают *однородные* и *неоднородные* величины. Однородные величины характеризуют одно и то же свойство реальных объектов или явлений, неоднородные или разнородные – разные свойства.

Все однородные величины обладают свойствами: их можно сравнивать, устанавливая отношения «больше», «меньше», «равно», измерять, складывать, вычитать, умножать и делить на положительное действительное число, находить кратное отношение величин.

*Непосредственное* сравнение величин осуществляется с целью установления на множестве однородных величин отношений «больше», «меньше», «столько же» или «равно». Способ непосредственного сравнения зависит от вида величины и конкретной ситуации. Например, если различия в длинах предметов или размерах фигур очевидны, то непосредственное сравнение осуществляется визуально, тогда как незначительные различия в длинах предметов фиксируются приложением, в площадях – наложением, в массах – с помощью мускульных усилий.

Цель *опосредованного* сравнения однородных величин – установить и количественно оценить, на сколько одна величина больше или меньше другой. Опосредованное сравнение величин есть измерение величин – процесс количественного оценивания величины, сущность которого заключается в сравнении данной величины с некоторой величиной этого же рода, принятой за единицу (*меркой*). **В результате измерения величины получают определенной число – численное значение или меру величины при выбранной единице величины.** Теоретически в качестве единицы величины может быть выбрана любая величина данного рода, на практике же пользуются стандартными величинами-единицами – литр, сантиметр, килограмм, что удобно для общего пользования. Единицы измерения величин можно укрупнять или дробить (как правило, в кратном отношении), что оказывает влияние на числовое значение величины: чем больше единица величины (мерка), тем меньше ее численное (числовое) значение (мера). Так, если длину отрезка сначала измерить в сантиметрах, а затем в дециметрах, то в первом случае получают численное значение в 10 раз больше ( $50 \text{ см} = 5 \text{ дм}$ ).

Измерение величин может быть *прямым* и *косвенным*. Прямое измерение проводят методом исчерпывания. Этот процесс можно представить вычерпыванием содержащейся в сосуде жидкости некоторой емкостью (ложкой, кружкой). К прямому измерению относят, например, измерение длины отрезка при помощи модели сантиметра (полоски плотной бумаги длиной 1 см) или инструмента – линейки, сантиметровой ленты. Площадь плоской фигуры можно измерить путем разбиения ее на единичные фигуры (квадраты, треугольники) с последующим подсчетом их числа или палеткой. Для измерения объема

прямоугольного параллелепипеда используется набор кубиков с ребром в 1 см – кубильяж.

Кроме прямого, в математике существует и косвенный способ измерения величин:

- по величине пути, пройденного телом за определенной время, судят о скорости его движения;

- зная численное значение радиуса окружности, можно количественно оценить то, сколько места круг, ограниченный данной окружностью, занимает места на плоскости, т.е. вычислить его площадь.

Косвенное измерение величин связано с использованием *формул*. В начальном курсе математики учащиеся приобретают опыт общения с формулами для вычисления площади прямоугольника, квадрата, прямоугольного треугольника, объема прямоугольного параллелепипеда.

### **Цели включения раздела «Величины и их измерение» в содержание начального курса математики**

Одна из существенных особенностей окружающей нас действительности – непрерывное и многообразное ее изменение. Меняется возраст и условия жизни человека, погода, животный и растительный мир. Через понятие величины устанавливается связь математики с окружающим миром, а процесс измерения величин является практическим выходом деятельности человека. Поэтому одна из основных целей включения данного раздела в содержание курса математики начальных классов – усиление прикладной направленности предмета, иллюстрация связи математики с жизнью, т.е. в ходе изучения величин и освоения процесса их измерения у учащихся начальных классов формируется представление о математике как науке, изучающей реально существующие и происходящие явления, объекты в их взаимосвязи и взаимозависимости. Кроме этого, изучение величин в начальной школе имеет пропедевтическое значение, поскольку величина – одно из понятий курса математики основной школы и различных дисциплин естественно-научного цикла. Процесс измерения величин (длин отрезков, площадей фигур, вместимости сосудов) в курсе математики начальных классов является основой для расширения понятия числа, а именно обоснования необходимости введения дробных чисел (длина отрезка АВ больше 5 см, но меньше 6 см, площадь фигуры F больше 8 мерок, но меньше 10 мерок). Следует отметить, что изучение темы «Величины и их измерение» способствует расширению математического кругозора младших школьников и воспитанию у них интереса к предмету за счет использования сведений из истории науки, которые доступны для восприятия и осмысления младшими школьниками (например, исторические сведения о величинах и единицах их измерения, решение старинных задач).

Измерение величин различными мерками способствует формированию у учащихся практический умений и навыков исследовательской деятельности, развитию функционального мышления, характеризующегося способностью видеть объекты во взаимосвязи и взаимозависимости: от выбранной мерки (единицы) зависит численное значение величины (мера); чем больше мерка, тем мера меньше (и наоборот); с увеличением цены предмета увеличивается стоимость всей покупки. Таким образом, в процессе изучения величин у младших школьников

формируется (в *неявном* виде - без введения термина) представление о прямой и обратной пропорциональной зависимости, которая используется в решении задач с пропорциональными величинами – нахождение четвертого пропорционального, пропорциональное деление, нахождение неизвестного по двум разностям.

### **Задачи изучения темы «Величины и их измерение» в начальном математическом образовании**

В начальном курсе математики термин *величина* используют не всегда корректно: смешивают понятия *величина и количество*, *величина и значение величины*, *величина и мера*, *величина и единица величины*. В традиционной методике преподавания математики понятие *величина* связывали с именованным числом и считали, что само понятие уже известно учащимся из повседневной жизни, а свойства величин очевидны. Поэтому процесс формирования представлений о каждой конкретной величине не включал материал о сути, различном происхождении и характере отдельных величин и зависимости между ними, а ограничивался изучением стандартных единиц измерения величин, их преобразованием и сравнением, то есть акцент смещался на работу с именованными числами. Как следствие, учащиеся начальных классов на вопрос о том, что такое площадь, отвечали преимущественно, что это «длина, умноженная на ширину». А в задании на сравнение по площади квадрата и круга, диаметр которого равен стороне квадрата, видели «ловушку», замечая, что у круга вообще нет площади, поскольку нет длины и ширины. Корни данных ученических размышлений – в содержании учебного материала темы «Площадь фигур», где в качестве фигур, имеющих площадь, изображены преимущественно прямоугольники, разделенные на единичные квадраты.

В современной начальной школе задачи изучения раздела «Величины и их измерение» расширены. Ученики, оканчивающие начальную школу (по любой программе) в соответствии с ФГОС должны научиться:

- 1) читать и записывать величины (массу, время, длину, площадь, скорость) используя основные единицы измерения величин и соотношения между ними;
- 2) сравнивать названные величины;
- 3) выполнять арифметические действия с этими величинами;
- 4) выбирать единицу для измерения данной величины, объяснять свои действия.

Таким образом, в начальном курсе математики изучаются некоторые величины – длина, масса, объем (вместимость), время. Кроме этого, рассматриваются величины, характеризующие различные процессы – движения (скорость, время, расстояние), купли-продажи (цена, количество, стоимость), работы (объем работы, производительность, время).

### **Этапы изучения темы «Величины и их значение» в начальном математическом образовании**

Данная тема изучается в течение всех лет обучения в начальной школе, материал раздела «вплетен» в основное содержание курса математики, введение единиц измерения величин сопряжено с изучением нумерации целых неотрицательных чисел, поскольку соотношение между ними (за исключением единиц времени) выражено в десятичной системе счисления ( $1 \text{ м} = 10 \text{ дм} = 100 \text{ см}$ ).

Кроме того, в курсе начальной математики Л.Г. Петерсон данный факт связан с реализацией идеи *параллелизма* в изучении чисел и действий над ними, при котором суть понятия *натуральное число* раскрывается с теоретико-множественной точки зрения, в аксиоматической интерпретации и теории измерения величин.

Обучение измерению каждой величины в начальном курсе математики происходит поэтапно.

### **I этап. Уточнение представлений младших школьников о величине. Введение термина.**

Цель данного этапа – сформировать у учащихся представление о том, что все окружающие нас объекты обладают свойствами или признаками, их можно сравнивать: *ручка короче указки, арбуз тяжелее яблока, прямоугольник ABCD больше круга, перемена длится меньше, чем урок и т.п.* Сравнение различных предметов по протяженности, уточнение смысла слов «ближе», «короче», «уже», «выше» позволяет ввести термин *длина*; сравнение различных по форме и назначению предметов (чаще – плоских геометрических фигур разной формы) является основой для введения термина *площадь*. Здесь важно осознать практическую значимость изучаемого понятия, связать его с различными объектами, перевести житейские понятия на язык математики.

На данном этапе уместно использовать учебно-проблемные ситуации двух видов:

1. Учащимся предлагаются для анализа и сравнения объекты, одинаковые по всем внешним признакам (цвету, размеру, назначению). Требуется найти отличие. Например, две одинаковые внешне коробки могут отличаться массой.

2. Учащимся предлагаются для анализа и сравнения объекты, различные по внешним признакам (например, кружка и коробка). Требуется указать общее свойство. Таковым может быть объем (вместимость), высота, масса.

Опыт общения учащихся с заданиями указанных видов позволит им самостоятельно выйти на нужное свойство и зафиксировать его вербально – масса, длина, объем. Основу деятельности учащихся на данном этапе составляют практические действия, самостоятельно выполняемые в различных, как правило, игровых ситуациях.

### **II этап. Непосредственное сравнение величин.**

Цель данного этапа – сформировать у учащихся представление о том, что величины можно сравнивать, устанавливая отношение порядка (как правило, нестрогое, ибо величины могут быть и равны) на множестве однородных величин.

Логика учебных ситуаций определяется способом непосредственного сравнения величин, который подлежит усвоению – сначала визуальный (здесь различия должны быть очевидны), затем приложением (длины), наложением (площади), с помощью мускульных усилий (массы), ощущений (время, температура). В завершении данного этапа учащимся предлагается проблемная задача – задание, иллюстрирующее невозможность применения известных способов сравнения величин. Например, сравнить по длине объекты, которые удалены друг от друга (отрезки, расположенные на разных частях классной доски). Разрешение указанных противоречий заключается в выборе мерки – посредника.

### **III этап. Опосредованное сравнение величин.**

Цель данного этапа – сформировать у учащихся представление о том, что:

1. мерка должна быть однородной с измеряемой величиной, удобной;
2. численное значение величины зависит от выбранной единицы измерения (мерки): чем больше мерка, тем число (мера) меньше и наоборот;
3. сравнивать можно только величины, измеренные одной единицей измерения.

Здесь учащиеся выполняют упражнения на выбор подходящей мерки (для измерения длин – веревочки, полоски бумаги, кусочки проволоки, палочки разного размера). Осуществляя измерение величин различными мерками, учащиеся устанавливают зависимость между величиной и единицей величины, осознают необходимость введения единой (общепринятой) единицы. Целесообразно ознакомить учащихся со старинными единицами измерения величин – сажень, фут, фунт, ярд, локоть, шаг. Методически верно подобранная система заданий наглядно иллюстрирует учащимся, что все используемые ранее единицы (до введения стандартных) были связаны, как правило, с частями тела человека, а, значит, носили субъективный характер.

#### **IV этап. Введение стандартных единиц измерения величин.**

Цель данного этапа – познакомить учащихся с общепринятыми единицами величин. Происходит это методом демонстрации: учитель предлагает вниманию учащихся различные предметы (объекты) – носители единичной величины; учащиеся должны осознать, что независимо от материала, из которого изготовлен данный образец (бумага, проволока, пластилин, нитка), все объекты обладают общим свойством – длиной, например.

1 класс	Длина (см, дм). Масса (кг). Объем (л).
2 класс	Площадь фигуры (кв.см, кв.дм, кв.м). Объем фигуры (куб.см, куб.дм, куб.м). Длина (м)
3 класс	Длина (мм, км). Время (сек, мин, ч, сутки, год, век...). Масса (т, ц).
4 класс	Площадь (ар, га).

#### **V этап. Формирование измерительных умений.**

Цель данного этапа – сформировать у учащихся способность к измерению длин отрезков, площадей фигур, масс тел, вместимости сосудов с помощью стандартных единиц величин. Решение учебной задачи направлено на осознание учащимися неэкономичности во времени использования образца – эталона для измерения величин и, как следствие, введение измерительного инструмента (линейки, палетки, транспортира).

#### **IV этап. Выполнение арифметических действий с именованными числами.**

Цель данного этапа – развитие вычислительных умений и навыков, формирование представлений о свойствах величин, формирование у учащихся способности к преобразованию, сравнению, сложению, вычитанию, умножению и делению величин, выраженных в единицах сначала одного, затем разных наименований. Здесь важно, чтобы учащиеся осознали, что для выполнения действий с именованными числами, их нужно выразить в единицах одного наименования. Так же нужно обратить внимание учащихся на связь между действиями с отвлеченными числами и именованными (за исключением именованных чисел, выраженных в единицах времени).